UNIVERSIDAD NACIONAL
"PEDRO RUIZ GALLO"

FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICO SOCIALES Y EDUCACIÓN

UNIDAD DE POSGRADO

MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

TESIS

Estrategias metodológicas heurísticas para la resolución de problemas en cálculo diferencial en el área de matemática en los estudiantes del II ciclo de la escuela profesional de ingeniería civil, Universidad Nacional San Martín, 2017

Para Obtener el Grado Académico de

Maestro en Ciencias de la Educación con Mención en Investigación Y Docencia.

Autor:
Acosta Santisteban, Ivan

Asesor:
Dr. Guevara Servigón, Dante Alfredo

LAMBAYEQUE– PERÚ

2019

TESIS

Estrategias metodológicas heurísticas para la resolución de problemas en cálculo diferencial en el área de matemática en los estudiantes del II ciclo de la escuela profesional de ingeniería civil, Universidad Nacional San Martín, 2017

--	--
Bach. ACOSTA SANTISTEBAN, IVAN	**D**r. GUEVARA SERVIGÓN, DANTE A.
Autor	**Asesor**

Para Obtener el Grado Académico de

Maestro en ciencias de la educación con mención en
Investigación y docencia.

APROBADA POR:

M.Sc. Bracamonte López, Elio Fernando
Presidente

M.Sc. Horna Santa Cruz, Carlos Alberto
Secretario

M.Sc. Fernández Celis, María Del Pilar
Vocal

DEDICATORIA

A Dios por otorgarme la vida y guiarme por el buen camino, darme fuerzas para seguir adelante y no desmayar en las dificultades presentadas.

A mi familia, que con amor se esmeró diariamente para formarme como persona.

A mis padres Manuel y Rosa por sus consejos, comprensión, amor y ayuda con recursos necesarios para estudiar y cumplir mis objetivos.

A mis queridos hermanos Lizet, Rosa y Eric por acompañarme siempre en mi realización profesional.

A mis hijas Valentina y Valeria porque cambiaron mi vida.

AGRADECIMIENTO

A mi asesor: **Dante Guevara Servigón** porque bajo su dirección, obtuve confianza y capacidad para ordenar mis ideas.

Al profesorado de Maestría cuyas enseñanzas contribuyeron en realización de esta tesis.

A la UNPRG porque abrió sus puertas para configurar personas de bien y con futuro competitivo.

INDICE

CAPÍTULO II

CAPÍTULO III

RESUMEN

El presente trabajo de investigación tuvo como objetivo principal diseñar estrategias metodológicas heurísticas sustentadas en la metodología de George Polya y en la teoría de Shöenfeld, para mejorar la resolución de problemas en cálculo diferencial en el área de matemática en los estudiantes del II ciclo de la escuela profesional de ingeniería civil de la Universidad Nacional San Martín. Sita en Tarapoto.

Para ello de acuerdo a un estudio previo el experimentador se constató que los discentes aludidos resolvían ejercicios empírica o mecánicamente sin aplicar razonamiento adecuado ni emplear con acierto axiomas, teoremas, definiciones y conceptos pues olvidaban rápidamente la teoría aprendida, demostrando así que los conocimientos, métodos y procedimientos objetos del aprendizaje fueron retenidos en forma inconsciente, como hechos aislados y no inmersos en una organización o estructura lógica. En tal sentido esbozó estrategias propuestas convencido de que el proceso metodológico del cálculo diferencial contribuye a que el alumno debe interpretar, sintetizar y generalizar las variables involucradas para llegar a la respuesta buscada mediante el juicio algorítmico y comprobar, de este modo, el proceso matemático.

Palabras Claves: Estrategias heurísticas, cálculo diferencial y aprendizaje.

ABSTRACT

The main objective of this research work was to design heuristic methodological strategies based on the George Polya methodology and Shöenfeld's theory, to improve the resolution of problems in differential calculus in the area of mathematics in the students of the II school cycle civil engineering professional of the National University San Martín. Located in Tarapoto.

For this, according to a previous study, the experimenter found that the students mentioned solved exercises empirically or mechanically without applying adequate reasoning or using axioms, theorems, definitions and concepts correctly because they quickly forgot the theory learned, thus demonstrating that the knowledge, methods and procedures objects of learning were held unconsciously, as isolated facts and not immersed in an organization or logical structure. In this sense, he outlined proposed strategies convinced that the methodological process of differential calculus contributes to the student's interpretation, synthesis and generalization of the variables involved in order to arrive at the response sought through algorithmic judgment and thus verify the mathematical

Process **Keywords:** Heuristic strategies, differential calculus and learning.

INTRODUCCIÓN

Con el fenómeno global, la Matemática ha sido catapultada como una asignatura priorizada en el campo educacional y cuyo objetivo general es desarrollar formas lógicas de razonamiento inherentes a las ciencias exactas vinculadas al trabajo científico y práctico del hombre, por lo que tiene una gran cuota de responsabilidad en el conocimiento integral del discente adscrito en todos los niveles de enseñanza. En este sentido, proponer el aprendizaje desarrollador de la matemática implica, propiciar el enfrentamiento sistemático de los alumnos a la resolución de problemas tomados del entorno, estimular la creatividad, aplicar estrategias didácticas, utilizar modos de ocupación colectiva en el avance del proceso educativo, etc.

La enseñanza aludida enfatiza los procesos de aprendizaje con el propósito de tomar contenidos matemáticos, cuyo valor no debe, en absoluto, dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces. Según Soldevilla (2006) se trata de considerar como lo más importante que el alumno manipule los objetos matemáticos; que active su propia capacidad mental; que ejercite su creatividad; que reflexione sobre su individual proceso de pensamiento a fin de mejorarlo conscientemente; que, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo intelectual; que adquiera confianza en sí mismo; que se divierta con su adecuada agilidad mental; que se prepare así para instintos problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana; que se habilite para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia.

Es en este escenario donde se inscribe el presente trabajo planteando el siguiente **problema**: ¿En qué medida las estrategias metodológicas heurísticas contribuyen a mejorar la resolución de problemas en cálculo diferencial en el área de matemáticas en los estudiantes del segundo ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional San Martín? El **objeto de estudio** comprenda el proceso de enseñanza-aprendizaje en relación con la resolución de problemas en cálculo diferencial; el **campo de acción** aborda las referidas: estrategias metodológicas.

El Objetivo general: de este informe de investigación fue Diseñar estrategias metodológicas heurísticas sustentadas en la metodología de George Polya y en la teoría de Shöenfeld, para mejorar la resolución de problemas en cálculo diferencial en el área de matemática en los estudiantes del segundo ciclo de la escuela académico profesional de ingeniería civil de de la Universidad Nacional San Martín.

Sus **Objetivos específicos**; (**1.)** Identificar deficiencias que tienen los estudiantes en la resolución de problemas en cálculo diferencial; (**2.)** Implementar estrategias didácticas a través de talleres grupales, que permitan motivar al educando en la mejora de su asimilación de conocimientos (**3.)** Proponer estrategias metodológicas heurísticas para mejorar la resolución de problemas en cálculo diferencial.

La hipótesis quedo planteada así: Si se diseñan estrategias metodológicas heurísticas sustentadas en la metodología de George Polya y en la teoría de Shöenfeld, entonces es posible mejorar la resolución de problemas en cálculo diferencial en el área de matemática en los estudiantes del segundo ciclo de la escuela académico profesional de ingeniería civil de de la Universidad Nacional San Martín.

El aporte fundamental del presente estudio ha sido seleccionar las mencionadas y su estructura estuvo conformada por tres **capítulo**s: El primero contiene la ubicación geográfica, el contexto sociocultural, plana docente y estudiantil, infraestructura de la institución educativa; el segundo indaga acerca del marco teórico. Y tercero abarca los resultados del trabajo de campo y la propuesta de la investigación.

El autor

CAPÍTULO I

PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE EN RELACIÓN A LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN CÁLCULO DIFERENCIAL EN EL ÁREA DE MATEMÁTICA EN EL NIVEL SUPERIOR

1.1.- Ubicación

La Escuela Profesional de Ingeniería Civil está ubicada en el campus universitario de la Universidad Nacional de San Martin

1.1.1.- Antecedentes históricos de la ciudad de Tarapoto

La ciudad de Tarapoto fundada el 20 de agosto de 1782 por el obispo español Baltazar Jaime Martínez de Compagnon y Bujanda. Sus inicios datan de las exploraciones que realizaron los Hanan Chancas (antiguas culturas de la región Ayacucho) quienes al ser conquistados por el imperio inca, encabezaron una revolución comandados por el caudillo Ancohallo, revuelta que, al ser derrotada, obligó a sus miembros tribales a huir de la terrible venganza inca, estableciéndose en los valles de los ríos Mayo y Cumbaza en el departamento de San Martín formando, eventualmente, la ciudad de Lamas, luego establecieron un satélite en el valle de los ríos Cumbaza y Shilcayo, teniendo como núcleo central la Laguna Suchiche (desecada en la colonia).

En dicha laguna abundaba la palmera de nombre Taraputus o barriguda, nombre que luego usaría el obispo español para fundar la ciudad de Tarapoto en este establecimiento de cazadores y pescadores. Habitaban por entonces, cumbazas a la orilla de la quebrada Choclino y Amurarca (esta última en la actualidad ya no existe); Pinchis en la parte alta de la ciudad y en las márgenes derecha e izquierda del río Shilcayo; Sushiches o Sustuchiches residentes en el barrio de nombre, a orillas de la concha o laguna de suchiche; Muniches y Antables en el actual Barrio Huayco hasta la zona de Santa Rosa. Al parecer, lo que fundó Martínez de Compagnón, no fue una ciudad sino un Curato dependiente de Lamas. Para la época Tarapoto era un pequeño conglomerado de nativos residentes en su mayoría en el pequeño poblado de Cumbaza, la actual banda de Shilcayo, en la rivera de la quebrada del Choclino y otro a orillas de la cocha de Suchiche.

1.1.2.- Contexto sociocultural de la ciudad de Tarapoto

Creado el 14 de septiembre de 1906 el departamento de San Martín tiene en Tarapoto al principal eje turístico y comercial de esta parte del nororiente peruano. La ciudad se encuentra en los valles de los ríos Cumbaza y Shilcayo y es el centro de las redes terrestres y áreas entre la sierra, la costa y el oriente peruano. El balneario de Cumbaza, los restos arqueológicos y petroglifos de Polish, con motivos de plantas y animales, las cataratas de Ahuashiyacu y la laguna Venecia, son sólo algunos de sus interesantes parajes.

En el área metropolitana de Tarapoto, donde se localiza la mayor concentración poblacional urbana de la región San Martín (28.57 %), se distinguen dos zonas con características propias: el casco urbano y la zona urbana marginal.(Tarapoto, Morales y la Banda de Shilcayo) En el contexto de la organización espacial de la región, Tarapoto actúa como el área principal de atracción de los flujos migratorios intra y extra-regionales, concentrando el mayor porcentaje del equipamiento de servicios públicos y privados. Este hecho ha incidido para el rápido crecimiento que evidencia en relación con las demás concentraciones poblacionales. (Ciudades y pueblos) de San Martín. Esta realidad, es consecuencia del progresivo aumento de la población inmigrante que en la búsqueda de espacio para establecer sus viviendas ha dado lugar a las urbanizaciones, pueblos jóvenes, asentamientos humanos, asentamientos vecinales, y habilitaciones urbanas que ahora existen en la periferia del casco urbano de la ciudad. En Tarapoto se puede disfrutar de las más variadas comidas típicas de la selva. Son famosos sus camarones, los que se disfrutan en los ninajuanes; también el conocido juane, hecho a base de arroz, huevo, aceituna y carne de gallina, todo envuelto en hojas de bijao

Cuenta con un aeropuerto que recibe líneas aéreas desde Lima e Iquitos, con vuelos diarios, siendo uno de los aeropuertos con un importante flujo de carga y de pasajeros. Tarapoto ofrece una variedad de hoteles y hostales en la ciudad y en sus alrededores para el turista y el negociante. Disfruta de singulares paisajes, de la flora, de la fauna, cataratas y del turismo de aventura (canotaje, expediciones y caminatas). En La Ciudad de las Palmeras se puede degustar una variedad de comidas típicas y tragos exóticos.

Población

La ciudad de Tarapoto ha experimentado un crecimiento acelerado y a su vez desordenado debido a la falta de planificación. En el año 1960, Tarapoto, Morales, y La Banda de Shiclayo contaban en su conjunto una extensión de 220 has., con una población de 16,000 habitantes y una densidad de 72.72 hab. /ha. En esa época, el distrito de Morales aún se hallaba separada físicamente del continum urbano, mientras que La Banda de Shiclayo se vinculaba aún más, por su cercanía al centro de Tarapoto En esa época, como en la mayoría de las ciudades, se apreciaba un crecimiento lineal, tomando como referencia las principales vías de acceso a la ciudad. En la actualidad, el tejido urbano se encuentra articulado, merced al desarrollo local. Se observa que la densidad disminuye, fruto del crecimiento lineal existente, con grandes extensiones de terrenos aún sin ocupar. La densidad neta, por su parte, registra un fuerte incremento en el periodo de 1998 al 2004, Tarapoto sube de 96 a
124.96 hab./ ha.; y La Banda de Shilcayo tiene un incremento notable, de 54 a 108.49 hab./ ha. Mientras que, Morales desciende de 79 a 54 hab. / ha.

Lugares turísticos

<u>Laguna de Sauce</u>.

El lago de Sauce, llamado también la laguna azul, se encuentra en el distrito de El Sauce, a 16 kilómetros del margen derecho del río Huallaga. Es un lugar ideal para la práctica de los deportes acuáticos; existen canoas, botes de vela, motos acuáticas, esquís y todo lo necesario para la pesca.

Petroglifos de Polish:

A 8,5 kilómetros de Tarapoto se encuentra este importante vestigio arqueológico, que ocupa una hectárea de extensión. En Polish, se aprecian motivos de animales y plantas grabados en bloques de piedra.

1.1.3. Universidad Nacional de San Martin.

La Universidad Nacional de San Martín – Tarapoto, (sigla: UNSM) es una universidad pública ubicada en la ciudad de Tarapoto-Perú. Fue creado por D.L. Nº 22803 el 18 de diciembre de 1979. Fue creado por D.L. Nº 22803 el 18 de diciembre de 1979 en la ciudad de Tarapoto. El 16 de diciembre de 1980, con Resolución N° 756-80-CONAI se nombra la Comisión de Gobierno de la UNSM, presidida por el Ing. Raúl Ríos Reátegui, Profesor Principal de la Universidad Nacional Agraria de la Selva, como miembros el Prof. Dalín Omar Encomenderos Dávalos, Profesor Principal de la Universidad Nacional de la Amazonía Peruana y el Blgo. Raúl Espíritu Cavero, Profesor Asociado de la Universidad Nacional Agraria de la Selva. Se inicia las actividades oficiales de la Comisión de Gobierno de la UNSM con sede provisional en Lima, a partir del 18 de diciembre de 1980, con Resol. N° 001-CG-UNSM-80-TR y con Decreto Ley 22803. El Presidente de la Comisión de Gobierno Ing. Raúl Ríos Reátegui da a conocer al Presidente de la CONAI, el inicio de las funciones de Gobierno de la universidad con Oficio N° 001-PCG de fecha 23 de diciembre de 1,980. El 26 de enero de 1981 se fija la sede de la UNSM en la Ciudad de Tarapoto, con Resolución N° 905-81-CONAI con Decreto supremo N° 039-80-ED, Resolución Ministerial N° 1026-80-ED, de acuerdo a los estudios realizados por la Comisión Organizadora de la referida universidad designada por Resolución N° 8364-80-CONUP y 9021-80-CONUP, se acuerda que la ciudad de Tarapoto reúne los requisitos necesarios para ser designado como sede de la Universidad, estando a lo acordado en sesión del 20 de enero de 1981 con Decreto Ley N° 22803.

1.1.4. Creación de la Universidad Nacional de San Martin

Fue creado por D.L. Nº 22803 el 18 de diciembre de 1979 en la ciudad de Tarapoto. El 16 de diciembre de 1980, con Resolución N° 756-80-CONAI se nombra la Comisión de Gobierno de la UNSM, presidida por el Ing. Raúl Ríos Reátegui, Profesor Principal de la Universidad Nacional Agraria de la Selva, como miembros el Prof. Dalín Omar Encomenderos Dávalos, Profesor Principal de la Universidad Nacional de la Amazonía Peruana y el Blgo. Raúl Espíritu Cavero, Profesor Asociado de la Universidad Nacional Agraria de la Selva. Se inicia las actividades oficiales de la Comisión de Gobierno de la UNSM con sede provisional en Lima, a partir del 18 de diciembre de 1980, con Resol. N° 001-CG-UNSM-80-TR y con Decreto Ley 22803. El Presidente de la Comisión de Gobierno Ing. Raúl Ríos Reátegui da a conocer al Presidente de la CONAI, el inicio de las funciones de Gobierno de la universidad con Oficio N° 001-PCG de fecha 23 de diciembre de 1,980. El 26 de enero de 1981 se fija la sede de la UNSM en la Ciudad de Tarapoto, con Resolución N° 905-81-CONAI con Decreto supremo N° 039-80-ED, Resolución Ministerial N° 1026-80-ED, de acuerdo a los estudios realizados por la Comisión Organizadora de la referida universidad designada por Resolución N° 8364-80-CONUP y 9021-80-CONUP, se acuerda que la ciudad de Tarapoto reúne los requisitos necesarios para ser designado como sede de la Universidad, estando a lo acordado en sesión del 20 de enero de 1981 con Decreto Ley N° 22803.

Estudiantes

398 estudiantes en total en la Escuela profesional de Ingeniería Civil Sede Tarapoto

Plana docente

La Facultad de Ingeniería Civil cuenta con una plana docente de 22 ingenieros, 18 nombrados y 4 contratados.

Misión

Somos una facultad Acreditada, formadora de profesionales competitivos y emprendedores, con valores, principios éticos, comprometidos con el desarrollo sostenible, con responsabilidad social y ambiental.

Visión

La facultad es líder y acreditada, con alto nivel de internalización, que forma profesionales reconocidos por su calidad científica, tecnológica y humanista, impulsores del desarrollo sostenible de la región y el país.

1.2.- Surgimiento del problema.

El concepto de matemáticas, se comenzó a formar, desde que el hombre vio la necesidad de contar objetos, esta necesidad lo llevó a la creación de sistemas de numeración que inicialmente se componían con la utilización de los dedos, piernas, o piedras. Fue la Civilización Egipcia, la que lleva la pauta con el avance en sus conocimientos matemáticos. Según varios papiros escritos en esa época, los egipcios inventaron el primer sistema de numeración, basado en la implementación de jeroglíficos. El sistema de numeración egipcio, se basaba en sustituir los números clave (1, 10, 100...), con figuras (palos, lazos, figuras humanas...), los demás números eran escritos por la superposición de estas mismas figuras, pero en clave. Este sistema es la pauta para lo que hoy conocemos como el sistema romano.

Otras civilizaciones importantes en la historia, como la babilónica, crearon otros sistemas de numeración. En la Antigua Babilonia, la solución al problema de contar los objetos, se vio resuelto con la implementación de un método sexagesimal. Este método tenía la particularidad de escribir un mismo signo como la representación de varios números diferenciados por el enunciado del problema. En la China Antigua, y la India Antigua, utilizaron un sistema decimal jeroglífico, con la cualidad de que estas implementaron el número cero. (Aryabhata que fue un sabio, matemático y astrónomo hindú. Se supone que el concepto de 0 (cero) fue conocido por él, aunque fue en trabajos más recientes de Brahmaqupta donde el cero se trató como un número independiente). Los avances obtenidos desde que cada cultura implementó su sistema numérico, aún son utilizados actualmente. El avance algebraico de los egipcios, dio como resultado la resolución a ecuaciones de tipo $x + ax = b$. La correcta implementación de la regla aritmética de cálculo, por parte de los Indios, aumento el conocimiento matemático, y la creación de los números irracionales, además que ayudó a la resolución de sistemas de ecuaciones de la forma $x^2 = 1 + y^2$. En la Antigua Mesopotamia, se introduce el concepto de número inverso, además de las soluciones a distintos problemas logarítmicos, e incluso lograron la solución a sistemas de ecuaciones de la forma. $x + px = q$, y $x^2 + bx = c$. Su avance fue tal que crearon algoritmos para el cálculo de sumas de progresiones. Por otra parte, China sin duda su aporte principal se basaba en la creación del "método del elemento celeste", desarrollado por Chou Shi Hié, con el cual era posible la resolución de raíces enteras y racionales.

Si bien es cierto el gran desarrollo de la matemática en estas culturas fue evidente, sin embargo, las matemáticas obtuvieron su mayor aporte de la cultura Greco Romana. Fue en Grecia, donde se hizo popular la creación de escuelas, en donde los grandes pensadores de la época daban resolución a los problemas más populares de geometría, álgebra, y trigonometría. Los aportes de esta cultura a las matemáticas son de enorme magnitud. El avance que obtuvieron los griegos en cuanto al álgebra y la geometría, los llevó a la construcción de una nueva rama de las matemáticas, llamada, álgebra geométrica. Esta nueva rama incluía entre otros conceptos el método de anexión de áreas, el conjunto de proposiciones geométricas que interpretaban las cantidades algebraicas, y la expresión de la arista de un poliedro regular a través del diámetro de la circunferencia circunscrita. El interés que produjeron las matemáticas en Grecia, hace que se considere como la cuna de esta ciencia. Por lo cual se bautizó a la época comprendida de los años 300 A.C. y 200 A.C., como la edad de oro de las matemáticas. Después de esta época, Grecia deja de ser el centro evolutivo de las matemáticas, conflictos sociales y políticos que se vivían en esa época alejan a Grecia de esta ciencia.

La siguiente época importante en la historia de las matemáticas está comprendida en la época del renacimiento. En este momento de la historia es cuando aparece el cercano oriente como conocedor de las matemáticas. Su aporte es de gran magnitud, especialmente con la aparición de gran cantidad de obras escritas por los grandes matemáticos de la época. Es de destacar la obra de Leonardo de Pissa, titulada Liber Abaci, en donde se explicaba de una forma clara el uso del ábaco y el sistema de numeración posicional. Igualmente, entre otras obras importantes, se puede mencionar "Él practica Geometría", en donde se resolvían problemas geométricos, especialmente los de cálculo de áreas de polígonos. Uno de los grandes aportes de esta cultura se obtuvo en la introducción de los exponentes fraccionarios y el concepto de números radicales, además se estableció un sistema único de números algebraicos, con lo que se hizo posible expresar ecuaciones en forma general.

En el siglo XIX, es donde se postulan los fundamentos de las matemáticas modernas. Avances en la resolución de ecuaciones y en lo que hoy se conoce como calculo, hicieron de esta época la de mayor riqueza para esta ciencia. Entre los grandes desarrollos de esta época se puede mencionar, la resolución de ecuaciones algebraicas radicales, el desarrollo del concepto de grupo, avances en los fundamentos de la geometría hiperbólica no euclidiana, además de la realización de una muy profunda reconstrucción sobre la base de la creada teoría de límites y la teoría del número real.

El concepto de Cálculo y sus ramificaciones se introdujo en el siglo XVIII, con el gran desarrollo que obtuvo el análisis matemático, creando ramas como el cálculo diferencial, integral y de variaciones. El cálculo diferencial fue desarrollado por los trabajos de Fermat, Barrow, Wallis y Newton entre otros. Así, en 1711 Newton introdujo la fórmula de interpolación de diferencias finitas de una función f(x); fórmula extendida por Taylor al caso de infinitos términos bajo ciertas restricciones, utilizando de forma paralela el cálculo diferencial y el cálculo en diferencias finitas.

El aparato fundamental del cálculo diferencial era el desarrollo de funciones en series de potencias, especialmente a partir del teorema de Taylor, desarrollándose casi todas las funciones conocidas por los matemáticos de la época. Pero pronto surgió el problema de la convergencia de la serie, que se resolvió en parte con la introducción de términos residuales, así como con la transformación de series en otras que fuesen convergentes. Junto a las series de potencias se incluyeron nuevos tipos de desarrollos de funciones, como son los desarrollos en series asintóticas introducidos por Stirling y Euler.

Como se puede percibir a través de la historia, la matemática ha sido empleada con objetivos profundamente diversos. Fue un instrumento para la elaboración de vaticinios entre los sacerdotes de los pueblos mesopotámicos y, entre los pitagóricos, considerada como un medio de aproximación a una vida más profundamente humana y como camino de acercamiento a la divinidad. Luego fue utilizada como un importante elemento disciplinador del medioevo, y a partir del renacimiento ha sido la más versátil e idónea herramienta para la exploración del universo. Miguel de Guzmán (1985) manifiesta que la matemática misma es una ciencia intensamente dinámica y cambiante: de manera rápida y hasta turbulenta en sus propios contenidos y aún en su propia concepción profunda, aunque de modo más lento. Todo ello sugiere que la actividad matemática no puede ser una realidad de abordaje sencillo.

La complejidad de la matemática y de la educación sugiere que los teóricos de la educación matemática y, no menos, los investigadores y docentes, deban permanecer constantemente atentos y abiertos a los cambios profundos que, en muchos aspectos, la dinámica rápidamente mutante de la situación global exija. Las ideas, conceptos y métodos de las matemáticas presentan una gran riqueza de contenidos visuales, representables intuitiva o geométricamente y cuya utilización resulta muy provechosa, tanto en las tareas de presentación y manejo de tales conceptos y métodos, como en la manipulación con ellos para la resolución de problemas de campo.

Explica Guzmán (1996) que los expertos poseen imágenes visuales, modos intuitivos de percibir los conceptos y métodos, de gran valor y eficacia en su trabajo creativo y en su dominio del campo en que se mueven. Mediante ellos son capaces de relacionar, de modo muy versátil y variado, y a través de tales redes significativas son capaces de escoger, de manera natural y sin esfuerzo, los modos de ataque más eficaces para resolver los problemas con los que se enfrentan. Visualizar, en el contexto de la enseñanza y aprendizaje de la matemática en la universidad, tiene que ver con la capacidad de crear imágenes ricas que el individuo puede manipular mentalmente, puede transitar por diferentes representaciones del concepto y, si es necesario, proporcionar en papel o pantalla de computadora la idea matemática que está en juego.

Según Miguel de Guzmán (1985) la enseñanza y aprendizaje del cálculo en las carreras de Ingeniería tuvo como producto la algebrización del cálculo diferencial e integral. Manifiesta que en muchas universidades latinoamericanas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática se pone de manifiesto un enfoque algebraico y reduccionista de la enseñanza del cálculo diferencial e integral, que se basa en las operaciones algebraicas con límite, derivadas e integrales, pero que trata de una forma simplista los conceptos específicos del análisis, tales como las razones de cambio o la integral definida. Por su parte, Sergio López (2007) considera que tales dificultades están asociadas al predominio del formalismo en el abordaje de los conceptos y la ausencia de asociación con un enfoque geométrico. En este sentido, los alumnos no logran comprender el concepto de integral definida de una función como el área bajo la curva de la misma, pues no visualizan cómo se construye esta área según una suma, conocida habitualmente como Suma de Riemann.

Los docentes habitualmente enseñan el concepto en forma expositiva, eludiendo el verdadero propósito que consiste en obtener aproximaciones cada vez más precisas. Por la otra, el abordaje simplista y sin aparente conexión con las aplicaciones del cálculo integral obstaculiza la comprensión y por ende la resolución de problemas referidos a cálculo de áreas, longitud de curvas, volumen de sólidos de revolución; y los referidos a aplicaciones a la ingeniería: trabajo, presión, fuerza hidrostática y centros de masa. El uso del ordenador en el aula, como recurso didáctico facilitador de los procesos de enseñanza aprendizaje, puede ser un medio para coordinar los distintos registros de representación de un concepto, si bien consideramos que la mayor contribución de las nuevas tecnologías a la mejora del aprendizaje se centra en la creación de medios personalizados que mejor se adapten a los requerimientos pedagógicos de la propuesta.

En el método de enseñanza por resolución de problemas se presenta algunas dificultades que no parecen aun satisfactoriamente resueltas en la mente de algunos profesores y mucho menos en la forma práctica de llevarlo a cabo. Se trata de armonizar adecuadamente las dos componentes que lo integran, la componente heurística, es decir la atención a los procesos de pensamiento y los contenidos específicos del pensamiento matemático.

La enseñanza a través de la resolución de problemas es actualmente el método más invocado para poner en práctica el principio general de aprendizaje activo y de inculturación. Lo que en el fondo se persigue con ella es transmitir en lo posible de una manera sistemática los procesos de pensamiento eficaces en la resolución de verdaderos problemas. Según Miguel de Guzmán (1985) manifiesta que nuestros libros de texto están, por lo general, repletos de meros ejercicios y carentes de verdaderos problemas. La apariencia exterior puede ser engañosa. También en un ejercicio se expone una situación y se pide que se llegue a otra: Escribir el coeficiente de x^7 en el desarrollo de $(1+x)^{32}$.

La enseñanza por resolución de problemas en cálculo diferencial pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces. Según Soldevilla (2006) se trata de considerar como lo más importante que el alumno manipule los objetos matemáticos; que active su propia capacidad mental; que ejercite su creatividad; que reflexione sobre su propio proceso de pensamiento a fin de mejorarlo conscientemente; que, a ser posible, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental; que adquiera confianza en sí mismo; que se divierta con su propia actividad mental; que se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana; que se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia.

1.3.- MANIFESTACIONES Y CARACTERÍSTICAS DEL PROBLEMA

Uno de los aspectos prioritarios en el proceso formativo de la universidad peruana es desarrollar profesionales integrales, por lo tanto se debe enfatizar en la apropiación de todo el conocimiento necesario para la formación holística de sus estudiantes, en particular los temas de las ciencias básicas, entre estos los matemáticos, puesto que la formación científica del estudiante de Ingeniería, y en particular el de ingeniería civil, en la planeación, diseño, construcción, operación, conservación y mantenimiento, entre otros, hacen que se tengan bases sólidas en Cálculo Diferencial, ya que en los niveles de desempeño profesional, interactuarán constantemente con aplicaciones asociadas al manejo de las derivadas, en la solución de situaciones problémicas y en la toma de decisiones.

Sin embargo, pese a la importancia que tiene la matemática en la formación de los estudiantes y de los profesionales, se evidencia que las políticas de las instituciones formadoras no hacen suya con convicción la importancia y trascendencia que tiene la matemática en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

De acuerdo a la XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática (CIAEN) realizada del 26 al 30 de Junio del 2011 en Brasil los resultados de la misma hicieron énfasis en los deficientes resultados obtenidos en los certámenes internacionales de evaluación del aprendizaje (PISA, 2000, 2003, 2006, 2009, etc. en las que casi en su totalidad de los países latinoamericanos y Caribeños que participaron (excepto Cuba) no lograron llegar a cumplir con el mínimo promedio de puntaje requerido por los Instituciones Organizadoras tanto en comprensión lectora, como en razonamiento matemático y Ciencias. Nuestro país, en su participación desde PISA 2000 hasta el último realizado el 2012 ha quedado en el último lugar en éstos campos del saber. Se evidencia entre otros aspectos, que no se da una formación suficiente en esta área para que el estudiante se apropie de todas las competencias necesarias para el desarrollo integral desde su profesión y para su desempeño, desde los salones de clase de su universidad.

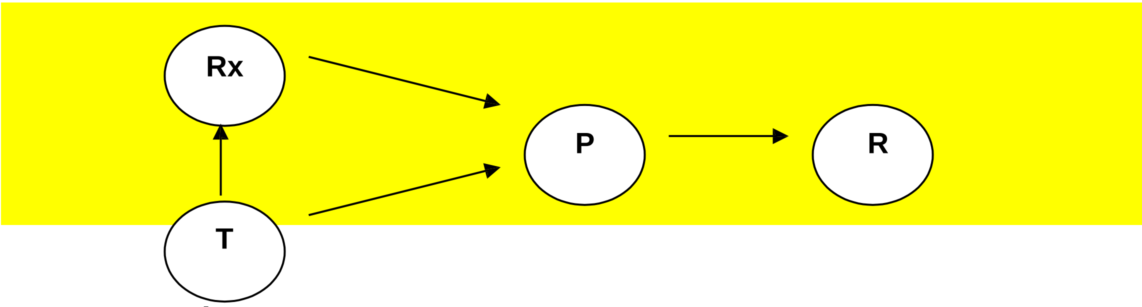
De acuerdo a Tapia Galindo (Universidad Nacional de Ingeniería, 2010) manifiesta que en muchas universidades del Perú el problema nace de la revisión de los programas de la asignatura de Cálculo y el intento por años, usando distintas estrategias metodológicas de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje, observando el registro de rendimiento de los estudiantes esperando obtener algún cambio.

En la escuela académico profesional de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional San Martin, se puede percibir que en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura de Cálculo Diferencial en el área de matemática, los estudiantes del segundo ciclo tienen muchas dificultades en la resolución de problemas en dicha asignatura, las mismas que se traducen en que los estudiantes del segundo ciclo de Ingeniería Civil prefieren sólo resolver ejercicios empíricamente o mecánicamente, sin un razonamiento adecuado empleando axiomas, teoremas, definiciones, conceptos; de otra parte al resolver los problemas propios del curso, los estudiantes olvidan rápidamente la teoría aprendida, demostrando que los conceptos, métodos y procedimientos objetos de aprendizaje fueron retenidos en forma mecánica, como hechos aislados y no inmersos en una organización o estructura lógica.

1.4.- METODOLOGÍA EMPLEADA

DISEÑO DE INVESTIGACIÓN.

Propositiva: Porque a través de la investigación se proponen estrategias metodológicas heurísticas. La investigación se enmarca en el nivel de investigación básica, de tipo propositiva.



Leyenda:

Rx : Estrategias metodológicas heurísticas

T : Modelos teóricos.

P : Resolución de problemas en cálculo diferencial

R : Realidad transformada propuesta.

POBLACIÓN Y MUESTRA

Población: Para esta investigación, la población será heterogénea que está constituido por los alumnos del segundo ciclo de la escuela profesional de ingeniería civil de la universidad Nacional San Martin, conformada por 70 alumnos, la cual se especifica en la siguiente tabla.

Mujeres	Hombres	Total
9	61	70

Fuente: Nomina de Matricula

Fecha: Año 2016.

Muestra: Alumnos del segundo ciclo de la escuela profesional de ingeniería civil de la Universidad Nacional San Martin, conformada por 70 alumnos. En este caso consideremos el tamaño de la muestra de 40, con una tolerancia de error 6 y el grado de certeza que se desea es 95% y aplicamos nuestra formula conocida para una primera aproximación.

$$n_0 = \frac{Z^2 D^2}{T^2} \quad \text{..............................} \ (1)$$

$n_0 =$ Tamaño de la muestra

$Z =$ Grado de confianza

$D =$ Desviación estándar

$T =$ Tolerancia de error.

Datos:

$n_0 = ?$ $D = 40,$ $Z = 1.96$, $T = 6$

Reemplazando en (1) tenemos:

$$n_0 = \frac{(1.96)^2 (40)^2}{6^2} = 170.6$$

Para hallar la muestra final, se aplica la fórmula de corrección "segunda aplicación" que es:

$$n = \frac{n_0}{1 + \frac{n_0}{N}} \quad \text{..} \ (2)$$

Donde:

n = Tamaño final de la muestra

n_0 = Primera aproximación

N = Tamaño de la población.

Datos:

$n = ?, \quad n_0 = 171, \quad = 70$

Reemplazando en (2) obtenemos:

$$n = \frac{171}{1 + \frac{171}{70}} = \frac{171}{3.442}$$

$$n = 49$$

La muestra final para los alumnos es de **49.**

TÉCNICAS DE RECOPILACIÓN DE DATOS

Las técnicas que se utilizarán en la investigación serán las siguientes:

1) Encuestas. - Se aplica a través de cuestionarios, con el fin de recabar información sobre la resolución de problemas en cálculo diferencial en el área de matemática en los estudiantes de la escuela académico profesional de ingeniería civil de la Universidad Nacional San Martin

2) Análisis documental. - Se aplica para analizar las normas, información bibliográfica y otros aspectos relacionados con la investigación.

INSTRUMENTOS DE RECOPILACIÓN DE DATOS:

Los instrumentos que se utilizarán en la investigación son los siguientes:

Cuestionario de encuesta. - Este instrumento se aplicará para recabar la información sobre los conocimientos de diversos tópicos de matemática que trae consigo el estudiante.

PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN:

1. ¿Cuáles son los fundamentos teóricos y metodológicos sobre los que es posible elaborar una estrategia didáctica para la resolución de problemas en el Cálculo Diferencial?

2. ¿Cómo motivar al estudiante en la enseñanza del cálculo diferencial mediante la resolución de problemas?

3. ¿Cuáles son las técnicas utilizadas en la resolución de problemas que se pueden aplicar en la asignatura de Cálculo Diferencial?

4. ¿Cómo instrumentar dicha estrategia en la práctica docente?

Guía de análisis documental. - Este instrumento será de utilidad para anotar la información de normas, libros, revistas, Internet y otras fuentes Así mismo se aplicarán las siguientes técnicas de procesamiento de datos:

Ordenamiento y clasificación. - Esta técnica se aplicará para tratar la información cualitativa y cuantitativa en forma ordenada, de modo de interpretarla y sacarle el máximo provecho.

Registro manual. - Se aplicará para digitar la información de las diferentes fuentes.

Proceso computarizado con SPS.- Para contrastar la hipótesis de la investigación.

MATERIALES, TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

Técnicas

a.- Técnicas de gabinete. – Sirve irá para organizar y sistematizar la información recabada para eso se aplicará como instrumentos fichas bibliográficas, textuales, comentario y de resumen, cuadros y gráficos estadísticos.

b.- Técnicas de campo. - Observación, cuestionario, encuesta; para eso se aplicarán los instrumentos: registro de observación, guía de encuesta

MÉTODOS Y PROCEDIMIENTOS PARA LA RECOLECCIÓN DE DATOS

Para que el resultado de la investigación presente objetividad, se utilizará el método empírico: observación del objeto de estudio, aplicación y medición de la variable dependiente. Así mismo, el método estadístico descriptivo para contrastar la hipótesis y medir el logro de los objetivos.

ANÁLISIS ESTADÍSTICOS DE LOS DATOS

Estadística Descriptiva. - Se empleará el análisis de frecuencia, cuadros estadísticos, media aritmética.

CAPÍTULO II

FUNDAMENTOS TEÓRICOS PARA ESTUDIAR LAS ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS HEURÍSTICAS Y SUS IMPLICANCIAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN CÁLCULO DIFERENCIAL EN EL NIVEL SUPERIOR

En esta parte se presentan los fundamentos teóricos utilizados en la investigación. La presentación considera como aportes teóricos relacionados con las estrategias metodológicas heurísticas y la resolución de problemas en cálculo diferencial los aportes de la metodología de George Polya; y las estrategias didácticas de Shöenfeld.

2.1.- Antecedentes bibliográficos

Irazoqui Becerra; Elías; 2015, El aprendizaje del cálculo diferencial: Una propuesta basada en la modularización. Tesis doctoral, Facultad de educación, departamento de didáctica, organización escolar, didácticas especiales, Facultad de educación, Bogotá. **Conclusiones.** Las razones principales que este autor aduce para implementar su propuesta se basan en el hecho que "a pesar de la inclusión de las herramientas tecnológicas en el aula, los estudiantes de ingeniería, no reconocen la importancia de la matemática que estudian. Por otro lado, el quehacer docente, parece estar muy alejado de las teorías propuestas al respecto. Las clases de matemáticas y los libros utilizados para orientar los cursos, no asumen el modelamiento de situaciones como su principal objetivo matemático. Por lo demás, hay otra componente que dificulta una mejor formación para los ingenieros, ella radica en la propia universidad, institución muy resistente a los cambios en materia de enseñanza. Lo dicho se manifiesta al señalar que los estudiantes están buscando experiencias educativas que los preparen para una gran variedad de trabajos y, sin embargo, el currículo y los paradigmas educacionales en ingeniería han permanecido prácticamente sin cambio durante los últimos cincuenta años.

Rojas Salinas, Patricia; 2011; Aprendizaje basado en problemas (ABP) Propuestas innovadoras para la enseñanza del cálculo diferencial; Universidad Tecnológica de Chile, INACAP. **Conclusiones.** En la tesis se ha enfrentado el problema de enseñar Derivadas e Integrales ya no de manera tradicional, sino realizando un proceso simultáneo. Los resultados de la investigación son de gran interés ya que éste cambio Curricular nos entrega grandes mejoras: Durante el proceso de enseñanza y aprendizaje los alumnos se presentan más motivados a participar de todo el proceso. Para lograr un buen aprendizaje por parte de los alumnos, es este quien debe ser el actor principal y el profesor en la mayoría de los casos sólo un guía. Dentro del proceso el alumno debe aprender a elaborar sus propios procedimientos para llegar al resultado, debe aprender a resolver problemas por sí mismo y también a discutir con otros. En la enseñanza de la matemática nos encontramos con múltiples dificultades que van desde los problemas de preconceptos por parte de los alumnos hasta problemas de mal manejo didáctico por parte de los profesores. Una vez claros la nueva representación curricular es necesario pensar en el tipo de metodología, diremos la más adecuada para trabajar dichos conceptos y si bien es claro que no existe una receta y que no se debe dejar de lado la metodología tradicional nos encontramos con el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), método de enseñanza- aprendizaje que ha tomado más arraigo en las instituciones de educación superior en los últimos años.

Brito-Vallina, María Lucía; alemán-Romero, Isidro; y Otros; 2011; Papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros Ingeniería Mecánica vol.14 no.2 La Habana. **Conclusiones:** El presente trabajo propone una estrategia metodológica sobre la base de la concepción científica más moderna sobre modelación. Esta estrategia posibilita estructurar de modo sistémico el desarrollo de la habilidad de modelar, teniendo en cuenta la clasificación de los principales modelos matemáticos para las ingenierías; según la teoría o técnica utilizada en su elaboración, la naturaleza de los procesos que desarrollan, su estructura matemática y otras, sin obviar por supuesto, el perfil del profesional de estas carreras y las principales categorías didácticas del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Cotillo Hernández, **Enrique Manuel;** 2003; Los métodos de enseñanza problémica como estrategia para el taller integrador de la F. I. M. E.; para obtener el grado de maestría en la enseñanza de las ciencias en la especialidad de matemáticas; Ciudad Universitaria San Nicolás de los Garza; Universidad Autónoma de Nuevo León; México. **Conclusiones:** A raíz de la reforma curricular implantada en la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica de la Universidad Autónoma de Nuevo León a partir del 2002, se incluyó una asignatura cuyo objetivo principal pretendía ser el que los alumnos del tronco común desarrollaran habilidades en la resolución de cierto tipo de problemas, además de ciertas capacidades como el trabajo independiente (individual y en equipo), el autoaprendizaje, la investigación y la participación activa. Dice el autor que ello representó una oportunidad para abordar los métodos que se supone significan el ideal del proceso de enseñanza-aprendizaje "productivo" de las matemáticas, tradicionalmente ignorados o desechados por los maestros en todos los niveles: los métodos problémicos. Pero, si bien la asignatura fue creada en base a deficiencias detectadas en los alumnos a la hora de enfrentar la resolución de problemas, por otro lado habrá que considerar otro tipo de limitantes que tienen que ver con su aprendizaje matemático en asignaturas de cursos anteriores. Por tal motivo, el presente trabajo establece una propuesta cuyo enfoque se basa principalmente en los métodos heurísticos de G. Polya, además de algunas otras herramientas, como test y cuestionarios que pueden servir al maestro para diagnosticar y comprobar los niveles de desarrollo en el lenguaje matemático de los alumnos.

Abarca, Nancy; 2009; **"**La enseñanza del cálculo diferencial mediante la resolución de problemas: Una propuesta motivadora"; Tecno-ciencia Universitaria, Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología; Instituto de Investigaciones Tecnológicas; Bolivia; **Conclusiones:** La autora asume que existe preferencia por los talleres grupales, hecho que les permite discutir sus ideas así mejoran su aprendizaje; también realizan esa práctica en casa, así se preparan para realizar trabajo en equipo, que ya como profesionales en muchas ocasiones tendrán que hacerlo. Manifiesta que ha mejorado la preferencia por la resolución de problemas con respecto al principio, ya no existe mucha reticencia. Considera, que, si inicialmente coincidían en que necesitan de conocimientos anteriores, ahora además ven la necesidad de interrelacionar con las materias previas y posteriores, eso es muy importante porque así el estudiante está consciente de estudiar una materia con más responsabilidad. Afirma, que, si inicialmente no conocían estrategias para resolver problemas, ahora ya las conocen y les ayuda bastante al ponerlas en práctica, porque así estructuran mejor su planteamiento y la resolución de problemas.

2.2.-Bases teóricas.

2.2.1.- La metodología de George Polya.

El modelo de George Pólya, considera cuatro etapas en la resolución de problemas:

1.- Comprensión del problema.

La atención dedicada al problema puede también estimular su memoria y prepararla para recoger los puntos importantes. El docente puede ayudar al estudiante en la comprensión del problema recurriendo a preguntas que le ayuden a aislar las partes principales del problema. Es muy importante que el alumno comprenda el problema, pero además debe desear resolverlo. El maestro debe cerciorarse de ello pidiéndole al alumno que repita el enunciado sin titubeos. Rara vez el docente puede evitar hacer las siguientes preguntas: ¿Cuál es la incógnita?, ¿cuáles son los datos?; ¿cuál es la condición? El alumno debe familiarizarse con el problema, tratando de visualizar el problema como un todo, tan claramente como pueda.

2.- Concepción de un plan

Esta etapa consiste en poner en pie un plan, concebir la idea de la solución, siendo ésta una de las etapas más cruciales en el proceso de resolución de problemas, y también la más importante, porque de ella depende el éxito o fracaso en la resolución de un problema. Para lograrlo hace falta toda una serie de condiciones, como por ejemplo: conocimientos ya adquiridos para fundamentar claramente cada paso que se dé. La concepción del plan puede ser estructurada poco a poco, y después de algunos ensayos como ayuda, tener una idea brillante. Es importante que el docente conduzca al alumno a esa idea brillante ayudándole, sin por ello imponérselas. Las preguntas, usualmente son:

∑ ¿Conoce algún problema relacionado?

∑ Mire bien la incógnita; trate de pensar en algún problema que le sea familiar y que tenga la misma incógnita o una similar.

∑ ¿He aquí un problema relacionado con el suyo y ya resuelto? ¿Puede usted hacer uso de él?

∑ ¿Puede enunciarse el problema de manera diferente?

∑ Si no puede resolver el problema propuesto, trate de resolver primero algún problema relacionado con él.

∑ ¿Ha empleado todos los datos? ¿A hecho uso de toda la condición?

El docente debe ayudar al alumno a encontrar una idea que le sea útil, tal vez una idea decisiva, haciéndole ver el conjunto del razonamiento o una parte de él.

3.- Ejecución del plan:

Es la puesta en marcha del plan concebido en la etapa anterior, en esta etapa ya se obtiene en sí el modelo matemático y se sabe con mayor claridad que es lo que se está buscando y qué es lo que se quiere. El plan proporciona una línea general. Nos debemos asegurar que los detalles encajen bien en esa línea. Debemos examinar los detalles uno tras otro, hasta que todo esté bien claro, porque en algún rincón podría disimularse un error.

4.- Visión retrospectiva.

Esta etapa consiste en la verificación de los resultados, cosa que hasta el mejor alumno casi siempre omite., siendo ésta fase la más instructiva del trabajo, porque gracias a ella se puede no solo hacer una visión retrospectiva, sino también dar una mirada al futuro y analizar que aplicaciones puede tener la resolución del problema. Al reconsiderar la solución, reexaminar el resultado y el camino que les condujo a ella, puede el alumno consolidar más aún sus conocimientos y desarrollar sus aptitudes, y buscar otras vías de solución más rápidas y así mejorar la solución. En la resolución de problemas no se puede nunca afirmar que uno solo es el camino, siempre hay todavía algo que hacer.

2.2.1.1.- Ejemplo de resolución de problemas matemáticos desde el enfoque de Polya.

a.- <u>Diagonales de un polígono</u>

<u>Resuelve el siguiente problema</u>**:** ¿Cuál es el número de diagonales de un polígono de 10 lados?

<u>Resolución:</u>

Paso 1. Comprende el problema.

El problema pide que se determine el número de diagonales que tiene un polígono de 10 lados.

Paso 2. Elabora un plan.

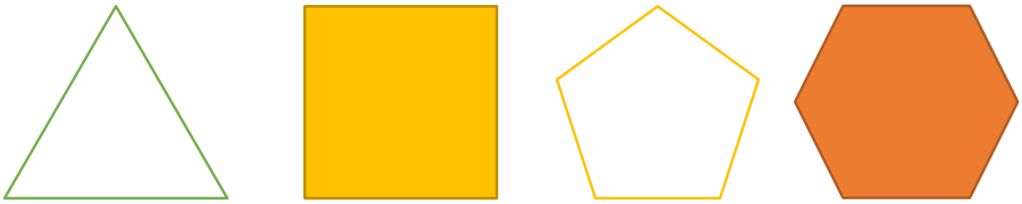
Podríamos dibujar este polígono de 10 lados y contar sus diagonales, pero dibujar un polígono de 10 lados con sus diagonales es bien difícil.

<u>Estrategia:</u>

Un modo de resolver este problema es utilizando la estrategia resolver un problema más sencillo antes; es decir, estudiar el número de diagonales de polígonos con menor número de lados.

Paso 3. Ejecuta el plan.

Observa las figuras:



Triángulo	Cuadrilátero	Pentágono	Hexágono
3 lados	**4 lados**	**5 lados**	**6 lados**
0 diagonales	**2 diagonales**	**5 diagonales**	**9 diagonales**

Colocamos en una tabla los valores que observamos en las figuras anteriores y analizamos la tabla para buscar algún patrón que nos ayude a completarla:

N° de lados	3	4	5	6	7	8	9	10
N° de diagonales	0	2	5	9	¿	¿	¿	¿

+2 +3 +4

Usemos el patrón para completar la tabla:

N° de lados	3	4	5	6	7	8	9	10
N° de diagonales	0	2	5	9	14	20	27	35

+2 +3 +4 +5 +6 +7 +8

Respuesta: Un polígono de 10 lados debe tener 35 diagonales.

Paso 4. Generalizando.

Algunas veces un patrón nos puede llevar a encontrar una regla general que puede ser escrita como una expresión algebraica. Este es un ejemplo de razonamiento inductivo.

El polígono de 3 lados tiene 0 diagonales.

El polígono de 4 lados tiene 2 diagonales.

El polígono de 5 lados tiene 2 + 3 = 5 diagonales.

……………………………………………………………………………

El polígono de 10 lados tiene 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 35 diagonales.

Extendiendo este patrón:

Para el polígono de 11 lados: **2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 44**

Para el polígono de 12 lados: **2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 54**

……………………………………………………………………………….

Para el polígono de n lados: 2 + 3 + 4 + 5 + …. + (n − 2) diagonales.

La expresión algebraica 2 + 3 + 4 + 5 + …. + (n − 2) representa el número de diagonales de un polígono de n lados.

-Verifica si esta expresión es correcta para calcular el número de diagonales que tiene los de polígonos de 3 a 10 lados. Compara tus resultados con la tabla anterior.

-Aplicando esta expresión calcula el número de diagonales que debe tener un polígono de 15 lados. Veamos otro razonamiento, inductivo también, para determinar el número de diagonales de un polígono de n lados.

-Piensa en un polígono de n lados. Ese polígono tendrá n vértices.

Como de cada vértice salen n − 3 diagonales porque de él mismo y los 2 lados contiguos no salen diagonales, para calcular el número de diagonales que salen de cada vértice tenemos que hacer el producto:

n vértices · (n − 3)

Tenemos que dividir entre 2 ese resultado porque al hacer el producto estamos contando 2 veces cada diagonal, pues la diagonal que va de un vértice al otro y la que viene de ese vértice a sí mismo es la misma y se está contando 2 veces.

Por tanto la expresión algebraica [n · (n − 3)] ÷ 2 representa el número de diagonales que tiene un polígono de n lados.

Si d representa el número de diagonales de un polígono podemos escribir:

$$d = [n \cdot (n - 3)] \div 2$$

Esta última igualdad es la fórmula que permite calcular el número de diagonales que debe tener un polígono conociendo el número de lados que tiene.

Utilizando la fórmula anterior calcula el número de diagonales que debe tener un polígono de 10 lados y de uno de 15 lados. ¿Estos polígonos tienen algún nombre especial?

2.2.2.- Estrategias didácticas de Shöenfeld.

Durante su investigación Shöenfeld encontró que existen cuatro dimensiones que influyen en el proceso de resolver problemas:

1.- Dominio del conocimiento: Incluye definiciones, hechos y procedimientos utilizados en el dominio matemático. Para fundamentar teóricamente, es necesario que el estudiante deba poseer conocimientos de todos los temas anteriores como actuales.

2.- Estrategias cognoscitivas: Incluyen métodos heurísticos tales como la descomposición de un problema en simples casos, establecer metas relacionadas, invertir el problema y dibujar diagramas. Este tipo de estrategias tienen como función principal ayudar a alcanzar la meta de cualquier empresa cognitiva en la que se esté ocupado.

3.- Estrategias meta cognoscitivas: La meta cognición consiste en ese “saber” que desarrollamos sobre nuestros propios procesos y productos del conocimiento, se relacionan con el monitoreo empleado al resolver el problema, por ejemplo, el proceso de selección de una estrategia y la necesidad de cambiar de dirección como una evaluación permanente del proceso.

4.-Sistemas de creencias: Incluye las ideas que tienen los estudiantes acerca de las matemáticas y como resolver problemas. Sus miedos, sus temores, sus creencias de no poder resolver solos los problemas o que solo las personas inteligentes pueden resolver problemas. Planteó que la principal meta en el aprendizaje de las matemáticas es identificar las conexiones y entender el significado de las estructuras matemáticas. Para lograr estas metas los estudiantes tienen que discutir sus ideas, negociar, especular acerca de los posibles ejemplos y contraejemplos que ayuden a confirmar o a desaprobar sus ideas. Además, el estudiante debe recordar que: encontrar una solución de un problema matemático no es el final, es apenas el principio, puesto que, con ayuda de la resolución de un problema, podrá resolver otros problemas y buscar extensiones y generalizaciones.

El profesor debe ayudar al estudiante a explotar todo lo que sabe y usar sus conocimientos en forma efectiva, también debemos recordar que el principal objetivo en la instrucción matemática es ayudar a los estudiantes a ser autónomos, y se deben incorporar estrategias para aprender a leer, conceptuar y escribir argumentos matemáticos. El hecho de aprender a escribir los argumentos, Shöenfeld descubre la quinta dimensión "actividades de aprendizaje" donde los estudiantes son expuestos a estrategias que los pueden ayudar a leer argumentos matemáticos. Por ejemplo, los estudiantes son motivados a organizar sus argumentos en una secuencia de tres fases: Convéncete a ti mismo, convence a un amigo y entonces convence a un enemigo.

2.3.- Bases conceptuales.

2.3.1.- Estrategia didáctica

Para mejorar las habilidades en la resolución de problemas, se ha logrado un híbrido de las estrategias de Pólya y Shöenfeld, mediante un conjunto de preguntas y acciones que se deben hacer durante la resolución de problemas, que con la práctica el estudiante podrá apropiarse de ella en un diálogo estudiante- problema. Morenza, en su trabajo: Psicología

Cognitiva Contemporánea y Representaciones Mentales, textualmente, sostiene: “ En términos del enfoque del procesamiento de la información las redes, los esquemas y los mapas conceptuales son las formas en las cuales se organizan los conocimientos en la memoria semántica de larga duración y es una buena hipótesis suponer que la eficiencia que se observa en la utilización de éstos mediadores está determinada, por la razón que éstos mediadores anticipan y modelan en el plano externo la esencia de las funciones psíquicas psicológicas superiores, que se traducen al plano intra-psicológico como producto de un mecanismo activo de interiorización”, es decir que mediante éstas técnicas el estudiante es capaz de asimilar y estructurar mejor sus conocimientos, hecho que favorece para la resolución de problemas”.

El esquema de la fig. N°1, nos muestra una correcta organización del proceso de aprendizaje, que garantiza los componentes funcionales de toda actividad: la motivación, la Orientación, Ejecución y Control, y está basada fuertemente en el híbrido de los métodos y estrategias de Pólya y Shöenfeld y otras variantes. La autora de este trabajo le da una gran importancia a la función que realizan las acciones que se desarrollan durante el proceso de solución, considerando que, el predominio de la fase de orientación debe extenderse aún hasta la búsqueda de las vías de solución, pues a pesar de ejecutarse las acciones descritas en las técnicas o mediante el uso de estrategias propias, la función principal de esas acciones es la de orientar en esa búsqueda.

En la figura 1**,** se muestra el resumen de la estrategia didáctica basada en el híbrido de los métodos y estrategias de Pólya y Shöenfeld, que se emplearon en la resolución de problemas.

Figura N° 01:

Estrategia didáctica basada en los métodos y estrategias de Pólya y Shöenfeld

ESTRUCTURA GENERAL DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA		
INTERROGANTE	**MÉTODO**	**ACCIÓN**
¿Quiero resolver Motivar el problema? ¿Con qué datos cuento?	-Compresión -Releo	Motivar Eliminar Creencias -Leer y releer -Identificar datos -Leer analíticamente -Esbozar un gráfico -Verificar los datos -Asignar variables
¿Puedo expresarlo de otra manera?		-Leer nuevamente -Aplicar estrategias cognoscitivas y metas cognoscitivas -Modelar la función y/o -Remodelar
¿Qué estrategias utilizo?	Concebir un plan	-Identificar el tipo del plan -Fundamento teóricamente -Reducir en casos más simples. -Escribir ecuaciones: principal, secundaria o auxiliares -Eliminar alternativas no adecuadas -Comparar con otros problemas.

Orientación	Modelar la función Ejecutar	Justificar con propiedades y definiciones Hago cálculos necesarios
¿Es correcto lo que hice?	Visión respectiva	Verificar si está bien el resultado. Comparar con modelo ideal. Analizar la solución.

Fig. N° 2: fuente: Rizo, C. Y Campistrous, L. (1999)

2.3.2.- Estrategias operacionales para resolver problemas

La estrategia didáctica general de estrategias para la resolución de problemas también se puede plasmar de la siguiente manera:

<u>Orientación tutorial para el estudiante</u>**:**

a). Leer el problema por lo menos dos veces.

b). Analizar y tratar de entender el problema.

i. Verificar cuales son los datos

ii. ¿Cuál es la condición? (En base a qué se resolverá el problema).

iii. ¿Cuál es la incógnita (lo que nos piden resolver)

iv. Esbozar en una gráfica el problema

v. Colocar los datos en el diagrama utilizando variables adecuadas

c). Plantear la estrategia de resolución del problema:

i. Identificar el tipo de problema.

ii. Escribir las ecuaciones principal y secundaria (dividir el problema en sub-problemas más sencillos).

iii. Eliminar las alternativas que no sean adecuadas.

d). Ejecutar la estrategia:

i. Modelar la función (Significa escribir la función principal en función de la secundaria), es una composición de funciones.

ii. Aplicar la propiedad o teorema necesaria si nos piden maximizar o minimizar (Ej. Criterio de la primera derivada).

e). Obtener y verificar la respuesta:

i. Es necesario preguntarse si tiene las magnitudes correctas.

ii. Probar un camino alternativo a la respuesta.

iii. Interpretar los resultados.

f) Visión retrospectiva

i. Verificar los resultados.

ii. Preguntarse si el problema resuelto puede servir para resolver otros problemas (esta etapa es necesaria porque así podrá conectar el tema con otros temas de la materia y después con otras materias).

Ayuda pedagógica para el docente:

Muchas veces es importante romper el hielo en el aula, sobre todo cuando se tiene un grupo de estudiantes que difícilmente participa, en esos casos se recomienda al profesor seguir los siguientes pasos:

1.- Caracterizar el grupo de estudiantes**.**

Mediante un examen diagnóstico, este examen podrá servir para verificar la solidez de conocimientos que tiene el estudiante, y su nivel de independencia en su actuación.

2.- Motivar al estudiante.

Con anécdotas o chistes matemáticos, para que así pueda el estudiante sentirse en confianza y participe activamente en la interpretación, análisis y solución de los problemas.

3. Atender, a los estudiantes en forma diferenciada.

Según sus necesidades en su aprendizaje.

4. Sistematizar la enseñanza.

Con ayuda de mapas conceptuales, y otros instrumentos pedagógicos, que faciliten la fijación de cada modo de actuar.

5. Formular preguntas.

Que constituyan medios heurísticos para la búsqueda y el razonamiento matemático.

6. Utilizar la ejemplificación

Para que el estudiante tenga un punto de partida en la resolución de problemas.

7. Estimular el método reflexivo, métodos meta-cognitivos y cognitivos.

Para que de ese modo los estudiantes analicen, comparen, hagan analogías, generalicen, y discutan sus resultados

2.3.3.- Concepto de cálculo

El cálculo consiste en un procedimiento mecánico, o algoritmo mediante el cual podemos conocer las consecuencias que se derivan de unos datos previamente conocidos debidamente formalizados y simbolizados. El cálculo es una actividad natural y primordial en el hombre, que comienza en el mismo momento en que empieza a relacionar unas cosas con otras en un pensamiento o discurso. El cálculo lógico natural como razonamiento es el primer cálculo elemental del ser humano. El cálculo en sentido lógico-matemático aparece cuando se toma conciencia de esta capacidad de razonar y trata de formalizarse

En general el término cálculo (del latín calculus = piedra) hace referencia al resultado correspondiente a la acción de calcular o contar. Calcular, por su parte, consiste en realizar las operaciones necesarias para prever el resultado de una acción previamente concebida, o conocer las consecuencias que se pueden derivar de unos datos previamente conocidos. No obstante, el uso más común del término cálculo es el lógico-matemático. En el quehacer diario de la docencia, nos encontramos con diferentes problemas, una de ellas es la falta de motivación en nuestros estudiantes, para resolver problemas matemáticos, porque les parece tal vez difícil o porque no saben cómo hacerlo.

2.3.4.- El proceso de aprendizaje

El aprendizaje es un proceso continuo que se da a lo largo de la vida, que guarda estrecha relación con la manera como un individuo se apropia de la cultura y el conocimiento de una sociedad. Este proceso le debe permitir un eficaz empleo de las herramientas intelectuales de orden cognitivo, procedimental y afectivo para ser un aporte a la sociedad, el aprendizaje, según este concepto, no es concebido solo como la adquisición de saberes, sino también como una reelaboración de estos.

La enseñanza y el aprendizaje parecen ser dos caras de una misma moneda. No es posible hacer referencia a una sin pensar en la otra. La diferencia estriba en la perspectiva. Mientras se hace referencia al aprendizaje, nos situamos en la persona que aprende y cuando se menciona la enseñanza pensamos en el que enseña, pero es imposible disociar un concepto del otro.

2.3.5.- Didáctica del cálculo diferencial

La velocidad es un concepto que todos comprendemos y experimentamos cotidianamente. La velocidad de un objeto en un instante dado (velocidad instantánea) exige medir localmente la relación entre el desplazamiento del objeto y el tiempo transcurrido, para un intervalo de tiempo infinitamente pequeño. La abstracción y generalización del concepto de velocidad instantánea, conduce a la noción matemática de derivada de una función en un valor particular de su variable independiente, la cual resulta central en el estudio del cálculo diferencial. Tradicionalmente la derivada se enseña sobre la base de la definición formal de límite, lo cual ha dificultado su comprensión por parte de los estudiantes de todos los niveles de formación.

2.3.6.- El cálculo diferencial a través de los textos

En primer lugar, se debe reconocer la influencia que han tenido los textos de estudio en la forma en la que se ha desarrollado el currículo de matemática al enseñar el cálculo diferencial. Si en un primer momento estuvo marcado por una línea más próxima al Análisis Matemático, hoy en día se aprecia una postura distinta y más abierta a producir innovaciones en su enseñanza. También se ha observado a lo largo de los años que ciertos textos de cálculo se ponen de moda, los que prontamente dan paso a otros y así sucesivamente.

Por otro lado, las propias Universidades generan para sus estudiantes diversos tipos de Apuntes, que si bien es cierto no representan un texto de estudio en sí, al menos, sirven de base para apoyar el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática del cambio. Se debe reconocer también que el texto es un objeto tangible y, por tanto en condiciones de ser analizado, donde el saber matemático se convierte en objeto de enseñanza. Se parte del supuesto básico que sus autores realizan un esfuerzo, en el sentido didáctico, para introducir, explicar y demostrar con variados ejemplos los conceptos que configuran el cálculo diferencial, como son el concepto de límite y de derivada, sin excluir a las funciones y a los números reales.

El análisis que se hará sobre los textos de cálculo contempla, como se podría esperar, tan sólo dos temas: el concepto de “límite” y el concepto de “derivada”.

2.3.7.- Cálculo diferencial.

El cálculo diferencial es una parte del análisis matemático que consiste en el estudio de cómo cambian las funciones cuando sus variables cambian. El principal objeto de estudio en el cálculo diferencial es la derivada. Una noción estrechamente relacionada es la de una función El estudio del cambio de una función es de especial interés para el cálculo diferencial, en concreto el caso en el que el cambio de las variables es infinitesimal, esto es, cuando dicho cambio tiende a cero (se hace tan pequeño como se desee). Y es que el cálculo diferencial se apoya constantemente en el concepto básico del límite. El paso al límite es la principal herramienta que permite desarrollar la teoría del cálculo diferencial y la que lo diferencia claramente del álgebra.

Desde el punto de vista matemático de las funciones y la geometría, la derivada de una función en un cierto punto es una medida de la tasa en la cual una función cambia conforme un argumento se modifica. Esto es, una derivada involucra, en términos matemáticos, una tasa de cambio. Una derivada es el cálculo de las pendientes instantáneas de $f(x)$ en cada punto x. Esto se corresponde a las pendientes de las tangentes de la gráfica de dicha función en sus puntos (una tangente por punto); Las derivadas pueden ser utilizadas para conocer la concavidad de una función, sus intervalos de crecimiento, sus máximos y mínimos. La inversa de una derivada se llama primitiva, anti-derivada o integral indefinida.

2.3.8.- Análisis del concepto de "límite"

Para dar comienzo a este análisis didáctico sobre el concepto de "límite" se considera en primer término el texto escrito por el profesor Lang (1990), Quizás, el año de edición puede parecer antiguo, pero, hay que tener presente que los resultados que conforman el acervo matemático permanecen vigentes a pesar del tiempo.

Lang (1990) según declara este autor, dicho texto ha sido escrito pensando en los estudiantes. Ahora, en lo que respecta al concepto de límite, se pronuncia diciendo que los estudiantes no poseen la base psicológica adecuada para revisar este concepto en su definición formal, esto es, en términos de ε y δ, además se resisten a ello de manera notoria. Agrega también que, una revisión del concepto de "límite" bajo estos términos formales, debería quedar completamente fuera de un curso normal de cálculo.

La revisión del concepto de límite, se circunscribe a dar un listado de propiedades que usará posteriormente en el resto del texto. Dichas propiedades constituyen sendos Teoremas para otros autores, en cambio para él, no pasan de ser instrumentos con los cuales desarrolla las principales reglas de derivación. Incluye también, por medio de ejemplos ilustrativos, la estimación de algunos límites. Como también qué ha de entenderse por el lím F (h), cuando h tiende a cero. Dado el poco valor que este concepto tiene para este autor, no incluye en su listado de ejercicios la estimación de límites de funciones en un punto determinado, más bien se centra en la estimación del cálculo de derivadas, donde considera más importante la regla de la cadena y la derivación implícita. Ello da pábulo para afirmar, bajo el prisma de este autor, que aquel que sabe aplicar correctamente tanto la regla de la cadena como la derivación implícita, sabe por tanto derivar.

La importancia que este autor le atribuye al concepto de límite es relativamente Baja. Y, por ende, no se detiene en demasía en su análisis y estudio, a pesar que dicho concepto se puede revisar como parte del Apéndice que este autor desarrolla al final del texto (Lang, 1990:444).

Apostol (1990) por otra parte, el concepto de límite por este autor se realiza en el contexto del estudio de las funciones continuas. El tema de la Integración, representa una novedad en la presentación del cálculo, dado que, por regla general, el tema de la integración se trata por la mayoría de los autores después de haber analizado la derivación.

2.3.9.- El concepto de Límite propiamente tal

Según Apostol, (1990, p. 157) la expresión matemática: lím f(x) =A, cuando x tiende a p, "Implica la idea que f(x) puede hacerse tan próximo a "A" como queramos, con tal que x se elija suficientemente próximo al valor de p". Con esta idea introduce el concepto de límite, es más, declara que el objetivo es desarrollar el significado de estos símbolos en función de los números reales. Para ello ve la necesidad de introducir el concepto de "Entorno de un punto". Ello le permitirá definir límite en función de dicho concepto. Esta es una idea poco explotada por otros autores, en ella se puede apreciar una idea global del proceso de estimar el Límite de una función que vale la pena considerar cuando se está empeñado en que los estudiantes comprendan cuál es el significado real de la expresión: lím f(x) =A, si x tiende a un valor p.

Acto seguido los entornos se traducen en términos de desigualdad, así la definición de límite queda expresada como se conoce habitualmente, esto es: Lím f(x) =A, si x tiende a p $<=>$ Para cada $\varepsilon > 0$, existe un $\delta > 0$ tal que $| f(x) - A| < \varepsilon$ siempre que $0 < |x - p| < \delta$ Luego de esto, considera dos ejemplos donde determina los respectivos entornos para las funciones:

constante e identidad. Los límites laterales es su próximo tema, dando a conocer cuál es el significado de ellos en términos de entornos.

2.3.10.- Concepto de problema

Polya, (1961) manifiesta que tener un problema significa buscar, de forma consciente, una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable de manera inmediata. Por otra parte, Y Newell, (1972) sostiene que un problema se define como una situación en la cual un individuo desea hacer algo, pero desconoce el curso de la acción necesaria para lograr lo que quiere. Po otra parte, Chi, (1986) señala a un problema como una situación en la cual un individuo actúa con el propósito de alcanzar una meta utilizando para ello alguna estrategia en particular.

2.3.11.- Estrategias (heurísticas) para resolver problemas

Las estrategias heurísticas para resolver problemas se refieren a las operaciones mentales utilizadas por los estudiantes para pensar sobre la representación de las metas y los datos, con el fin de transformarlos en metas y obtener una solución. Las estrategias para la resolución de problemas incluyen los métodos heurísticos, los algoritmos y los procesos de pensamiento crítico y creativo.

A.- Los métodos heurísticos. Los métodos heurísticos son estrategias generales de resolución y reglas de decisión utilizadas por los resolvedores de problemas, basadas en la experiencia previa con problemas similares. Estas estrategias indican las vías o posibles enfoques a seguir para alcanzar una solución.

Noción de derivada

Las derivadas se definen tomando el límite de la pendiente de las rectas secantes conforme se van aproximando a la recta tangente

Es difícil hallar directamente la pendiente de la recta tangente de una función porque sólo conocemos un punto de ésta, el punto donde ha de ser tangente a la función. Por ello, aproximaremos la recta tangente por rectas secantes. Cuando tomemos el límite de las pendientes de las secantes próximas, obtendremos la pendiente de la recta tangente.

Para obtener estas pendientes, tomemos un número arbitrariamente pequeño que llamaremos *h*. *h* representa una pequeña variación en *x*, y puede ser tanto positivo como negativo. La pendiente de la recta entre los puntos $(x, f(x))$ y $(x+h, f(x+h))$ es

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

Esta expresión es un cociente diferencial de Newton. La derivada de **f** en **x** es el límite del valor del cociente diferencial conforme las líneas secantes se acercan más a la tangente:

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

Si la derivada de *f* existe en cada punto *x*, podemos definir la derivada de **f** como la función cuyo valor en el punto *x* es la derivada de *f* en *x*.

Puesto que la inmediata sustitución de *h* por 0 da como resultado una división por cero, calcular la derivada directamente puede ser poco intuitivo. Una técnica es simplificar el numerador de modo que la *h* del denominador pueda ser cancelada. Esto resulta muy sencillo con funciones polinómicas, pero para la mayoría de las funciones resulta demasiado complicado. Afortunadamente, hay reglas generales que facilitan la diferenciación de la mayoría de las funciones descritas.

2.3.12.- Las estrategias en la resolución de problemas.

Para resolver problemas, necesitamos desarrollar determinadas estrategias que, en general, se aplican a un gran número de situaciones. Este mecanismo ayuda en el análisis y en la solución de situaciones donde uno o más elementos desconocidos son buscados. Es importante que los estudiantes perciban que no existe una única estrategia, ideal e infalible de resolución de problemas. Asimismo, que cada problema amerita una determinada estrategia y muchos de ellos pueden ser resueltos utilizando varias estrategias.

Algunas de las estrategias que se pueden utilizar son:

a.- Tanteo y error organizados (métodos de ensayo y error): Esta estrategia consiste en elegir soluciones u operaciones al azar y aplicar las condiciones del problema a esos resultados u operaciones hasta encontrar el objetivo o hasta comprobar que eso no es posible. Después de los primeros ensayos ya no se eligen opciones al azar sino tomando en consideración los ensayos ya realizados.

b.- Resolver un problema similar más simple: Para obtener la solución de un problema muchas veces es útil resolver primero el mismo problema con datos más sencillos y, a continuación, aplicar el mismo método en la solución del problema planteado, más complejo.

c.- Hacer una figura, un esquema, un diagrama, una tabla: En otros problemas se puede llegar fácilmente a la solución si se realiza un dibujo, esquema o diagrama; es decir, si se halla la representación adecuada. Esto ocurre porque se piensa mucho mejor con el apoyo de imágenes que con el de palabras, números o símbolos.

d.- Buscar regularidades o un patrón: Esta estrategia empieza por considerar algunos casos particulares o iniciales y, a partir de ellos, buscar una solución general que sirva para todos los casos. Es muy útil cuando el problema presenta secuencias de números o figuras. Lo que se hace, en estos casos, es usar el razonamiento inductivo para llegar a una generalización.

e.- Trabajar hacia atrás: Esta es una estrategia muy interesante cuando el problema implica un juego con números. Se empieza a resolverlo con sus datos finales, realizando las operaciones que deshacen las originales.

f.- Imaginar el problema resuelto: En los problemas de construcciones geométricas es muy útil suponer el problema resuelto. Para ello se traza una figura aproximada a la que se desea. De las relaciones observadas en esta figura se debe desprender el procedimiento para resolver el problema.

g.- Utilizar el álgebra para expresar relaciones: Para relacionar algebraicamente los datos con las condiciones del problema primero hay que nombrar con letras cada uno de los números desconocidos y en seguida expresar las condiciones enunciadas en el problema mediante operaciones, las que deben conducir a escribir la expresión algebraica que se desea.

2.4.- Terminologías utilizadas.

Proceso de resolución de problemas matemáticos. Dewey (1933) señala las siguientes fases en el proceso de resolución de problemas: 1.- Se siente una dificultad: localización de un problema. 2.- Se formula y define la dificultad: delimitar el problema en la mente del sujeto. 3.- Se sugieren posibles soluciones: tentativas de solución. 4.- Se obtienen consecuencias: desarrollo o ensayo de soluciones tentativas. 5.- Se acepta o rechaza la hipótesis puesta a prueba

Concepto de un problema. Tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable de forma inmediata. (Polya, en García Cruz, Juan A. 2001). Un problema es una situación, cuantitativa o de otra clase, a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que requiere solución y para la cual no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la misma.

Cálculo diferencial. El cálculo diferencial es una parte del análisis matemático que consiste en el estudio de cómo cambian las funciones cuando sus variables cambian. El principal objeto de estudio en el cálculo diferencial es la derivada. Una noción estrechamente relacionada es la de una función El estudio del cambio de una función es de especial interés para el cálculo diferencial, en concreto el caso en el que el cambio de las variables es infinitesimal, esto es, cuando dicho cambio tiende a cero (se hace tan pequeño como se desee).

Analizar. Que consiste en determinar los límites del objeto como un todo, delimitar sus partes, descomponerlo, estudiar cada parte; es decir, es la descomposición mental del objeto de estudio en sus partes integrantes con el objeto de revelar su composición y estructura, así como su descomposición en elementos más simples.

Sintetizar. Que consiste en comparar las partes entre sí (rasgos comunes y diferencias), tratando de descubrir los nexos entre las partes casuales de condicionalidad, elaborando conclusiones acerca de la integridad del todo.

Generalizar. Consiste en determinar lo esencial de cada elemento, comparándolos, seleccionando rasgos, propiedades o nexos esenciales y comunes, clasificándolos y ordenándolos. Este es el proceso lógico del tránsito de lo particular a lo general, y representa quizá, el mayor grado de complejidad en el proceso de abstracción.

CAPÍTULO III

RESULTADOS DE TRABAJO DE CAMPO Y DISEÑO DE LA PROPUESTA DE LA INVESTIGACIÓN

3.1. NIVEL DE COMPRENSIÓN DE LOS ESTUDIANTES EN PROBLEMAS DE CÁLCULO DIFERENCIAL (TABLA 01)

Problema	Sí		No		Comprende parcialmente				TOTAL	
					Comprende el problema, pero no entiende los conceptos, ni identifica las operaciones ni las derivadas de éstas.		Comprende la pregunta y los conceptos, pero no identifica las operaciones ni las derivadas de éstas.			
	N°	%	N°	%	N°	%	N°	%	N°	%
Utiliza los conocimientos adquiridos de cálculo diferencial obtenidos en su formación secundaria para aplicarlos en la resolución de problemas prácticos.	14	29	35	71	12	24	14	29	49	100
Analiza y comprende los conceptos fundamentales del cálculo diferencial	12	24	37	75	12	24	14	29	49	100
Analiza y comprende las áreas y volúmenes	14	29	35	71	13	26	14	29	49	100
Analiza y entiende la semejanza de triángulos	15	31	34	69	11	22	10	20	49	100
Analiza y comprende las secciones cónicas	13	26	36	73	13	26	11	22	49	100

Comprende las funciones y desarrolla las gráficas del cálculo diferencial.	11	22	38	77	14	29	12	24	49	100
Entiende y aplica las reglas de derivación como razón de cambio.	12	24	37	75	11	22	10	20	49	100

Fuente: Elaborado por el autor del presente trabajo de investigación**.**

INTERPRETACIÓN

-El 71% de los estudiantes del segundo ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional San Martin, no utiliza los conocimientos adquiridos de cálculo diferencial obtenidos en su formación secundaria para aplicarlos en la resolución de problemas prácticos.

-El 75% de los estudiantes encuestados manifiesta que no analiza y ni comprende los conceptos fundamentales del cálculo diferencial.

-El 71% de los estudiantes manifiesta que no analiza y comprende las áreas y volúmenes

-El 69% no analiza y entiende la semejanza de triángulos.

- El 73% no analiza y ni comprende las secciones cónicas

-El 77% no comprende las funciones y ni desarrolla las gráficas del cálculo diferencial.

-El 75% de los estudiantes encuestados no entiende y ni aplica las reglas de derivación como razón de cambio.

ACTITUDES DEL ESTUDIANTE ANTE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN CÁLCULO DIFERENCIAL (TABLA 02)

Fuente: Elaborado por el autor del presente trabajo de investigación

PROBLEMA	SIEMPRE		A VECES		NUNCA		TOTAL	
	N°	%	N°	%	N°	%	N°	%
Busco información actualizada sobre matemáticas y nuevos planteamientos metodológicos para formarme en los distintos aspectos y su aplicación en el aula.	11	22	10	20	**28**	**57**	49	100
Preparo previamente mi intervención teniendo en cuenta mis conocimientos previos, mis capacidades, para resolver un problema matemático	10	20	11	22	**28**	**57**	49	100
5. Me formulo mis objetivos específicos que persigo frente a un problema de cálculo diferencia	09	18	16	32	**24**	**49**	49	100
7. Me siento motivado en mis clases de matemáticas en particular en las de cálculo diferencial	09	18	14	29	**26**	**53**	49	100
Relaciono los problemas de cálculo integral con problemas de la vida cotidiana	10	20	11	22	**28**	**57**	49	100
Relaciono el cálculo diferencial con problemas de la vida cotidiana	09	18	16	32	**24**	**49**	49	100
Planifico la utilización de los espacios y materiales para el trabajo de matemáticas en el aula.	11	22	14	29	**24**	**49**	49	100

INTERPRETACIÓN

-El 57% de los discentes del segundo ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional San Martin, no busco información actualizada sobre matemáticas y nuevos planteamientos metodológicos para formarme en los distintos aspectos y su aplicación en el aula.

-El 57% de los discentes encuestados manifiesta que no prepara previamente su intervención teniendo en cuenta mis conocimientos previos, mis capacidades, para resolver un problema matemático

- El 49% manifiesta que no formula sus objetivos específicos que persigue frente a un problema de cálculo diferencia.

- El 53% de los encuestados manifiesta que no se siente motivado en mis clases de matemáticas en particular en las de cálculo diferencial

- El 57% no relaciona los problemas de cálculo integral con problemas de la vida cotidiana.

- El 49% de los alumnos no relaciona el cálculo diferencial con problemas de la vida cotidiana

- El 49% de los encuestados manifiesta que no planifica la utilización de los espacios y materiales para el trabajo de matemáticas en el aula.

3.2.- DISEÑO DE LA PROPUESTA DE ESTA INVESTIGACIÓN.

ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS HEURÍSTICAS PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN CÁLCULO DIFERENCIAL EN EL ÁREA DE MATEMÁTICA EN LOS ESTUDIANTES DEL II CICLO DE LA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL, UNIVERSIDAD NACIONAL SAN MARTÍN.

I.- INTRODUCCIÓN

Uno de los aspectos prioritarios en el proceso formativo de la universidad peruana es desarrollar profesionales integrales, por lo tanto se debe enfatizar en la apropiación de todo el conocimiento necesario para la formación holística de sus estudiantes, en particular los temas de las ciencias básicas, entre estos los matemáticos, puesto que la formación científica del estudiante de Ingeniería, y en particular el de ingeniería civil, en la planeación, diseño, construcción, operación, conservación y mantenimiento, entre otros, hacen que se tengan bases sólidas en Cálculo Diferencial, ya que en los niveles de desempeño profesional, interactuarán constantemente con aplicaciones asociadas al manejo de las derivadas, en la solución de situaciones problémicas y en la toma de decisiones. En esta perspectiva es que se plantea el presenta el trabajo denominado "Estrategias metodológicas heurísticas para la resolución de problemas de cálculo diferencial en el área de matemática en los estudiantes del II ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional San Martin; el mismo que se plantea contribuir a la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje en la resolución de problemas de cálculo diferencial

II.-Objetivos

General

Diseñar estrategias metodológicas heurísticas para fomentar y motivar al estudiante a desarrollar la capacidad de resolver problemas matemáticos de cálculo diferencia y tener un mejor aprovechamiento académico.

Específicos.

1.- Contribuir al desarrollo del razonamiento a fin de mejorar la intuición de un teorema matemático antes de probarlo.

2.- Contribuir al desarrollo en la formulación de conjeturas, en el ensayo, y combinación de observaciones.

3.- Implementar estrategias heurísticas de Polya, a través de los talleres grupales, a fin de desarrollar y mejorar los conocimientos en el aprendizaje del Cálculo diferencial e Integral.

4.- Contribuir a que el estudiante interprete el bosquejo y las variables involucradas; sintetizar y generalizar; llegar a la respuesta buscada mediante el proceso algorítmico; y a comprobar e interpretar el proceso matemático.

III.- Acciones específicas del cálculo diferencial en la resolución de problemas matemáticos.

Se plantean cuatro acciones específicas:

a.- Prueba Piloto. Con un total de 49 estudiantes del segundo ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional de San Martin, en Cálculo Diferencial se realizaron lecturas, ejercicios y talleres para incentivar el uso de estrategias heurísticas en la solución de problemas matemáticos. Al final se realizó una sesión de solución de problemas para la cual se recomendó el empleo de una rúbrica orientada a reforzar el empleo de estrategias heurísticas específicas: definir variables, distinguir entre elementos variables y constantes, escribir un plan de acción, ejecutarlo y revisar el proceso.

b.- Intervención de los investigadores en el aula. Antes de la llegada del investigador, se desarrollaron los conceptos de límites, continuidad, derivada, técnicas de derivación, funciones crecientes y decrecientes, criterios de la primera y la segunda derivada y análisis de gráficas. La presencia del investigador está específicamente dirigida a orientar el trabajo en la resolución de problemas en cálculo diferencial, empleando solamente el tiempo asignado en el programa para hacerlo. Aunque todas las acciones emprendidas pueden proporcionar información relevante, sin embargo, se planteó el siguiente **enunciado**:

Una recta pasa por el punto (3.2) y forma con los ejes coordenados en el primer cuadrante, un triángulo rectángulo. Determinar la ecuación de la recta que en las condiciones dadas determina un triángulo de área mínima.

1.- Si la ecuación de la recta es: y=mx+b, determinar las restricciones que deben cumplir los parámetros m y b para que el triángulo descrito por las condiciones se forme.

2.- ¿Qué sucede si b=2?

3.- ¿Es posible que m sea igual a 1?

4.- Con el material de apoyo ubicar la recta en 5 posiciones diferentes, tomar las medidas y calcular el área de cada triángulo resultante registrando los resultados en una tabla. Observar los registros de la tabla y conjeturar una solución.

5. Si la recta corta a los ejes en los puntos (a,0) y (0, b) expresar el área del triángulo en función de a y b.

6.- Encontrar una relación entre a y b de modo que el área del triángulo dependa solamente de b.

7.- A partir de la función A(b) encontrar los valores críticos y aplicar el criterio de la primera derivada para establecer los valores (m y b) de la recta y=mx+b

8.- Comparar los resultados obtenidos en el punto 7 con las estimaciones visuales y los datos de la tabla.

IV.- Desarrollo metodológico de la actividad:

a.-El profesor indica a los estudiantes que el trabajo se debe realizar en forma colaborativa con la participación de todos los integrantes, sin repartir entre ellos los 8 puntos de la guía.

b.-Se deben organizar libremente 9 grupos

c.-En la primera parte el investigador se limita a escuchar las discusiones de los estudiantes procurando no intervenir.

V.- Situaciones consideradas no significativas con el objetivo del trabajo:

-Cuando varios estudiantes intentan comenzar un proceso sin tener en cuenta instrucciones dadas por el profesor.

-Cuando tardan más de 20 minutos para definir restricciones para la pendiente de la recta y el corte con el eje y (pregunta 1).

-Cuando en general, los estudiantes no asocian con claridad el signo de la pendiente de la recta con el hecho de ser creciente o decreciente.

-Cuando en los grupos se interpreta erróneamente la pregunta 1 y se empeñan en buscar una relación entre m y b.

- Cuando la tabla de datos que se pide en la pregunta 4, no se construye en forma adecuada en la mayoría de los grupos y las mediciones se hacen de forma demasiado imprecisa o se utilizan solamente números enteros.

-Cuando los datos son registrados por varios grupos (4) en forma arbitraria sin una ordenación que permita detectar tendencias.

-Cuando un estudiante sabe que en algún momento hay que derivar e insiste a sus compañeros en hacerlo, pero en ese momento todavía no tienen la función objetivo.

- Cuando el tiempo pasa y el progreso es lento.

-Cuando en un grupo trabaja una sola persona mientras los demás se distraen o aparentan observar.

- Cuando un estudiante busca con insistencia la fórmula para el perímetro del triángulo y cuando se le pregunta como la aplicaría no responde y cambia el tema.

- Cuando van 70 minutos de trabajo y hay varios estudiantes dispersos (40 %) que no aportan, y los demás si mantienen el interés.

- Cuando existe una gran dificultad para lograr que la función objetivo dependa solamente de b (pregunta 6). En un grupo proponen el uso de relaciones trigonométricas para expresar a en función de b pero no logran concretarlo.

-Cuando al manipular el material real un estudiante afirma que la recta sólo puede ir hasta donde la base (azul) lo permite y esto limita su comprensión del problema.

- Luego de tener la función a optimizar, se observa en general, que los estudiantes conocen los criterios para optimizar una función, aunque operativamente tienen dificultades para aplicarlos.

c.-Encuestas aplicadas a profesores de la asignatura y a estudiantes que ya la habían cursado

d.-Análisis del desempeño de los estudiantes en la solución de problemas de optimización.

VI.-Preguntas de investigación:

1.- ¿Qué características presentan los estudiantes y docentes en lo referente al tratamiento didáctico utilizado para resolver problemas de Cálculo diferencial en el proceso de enseñanza aprendizaje

2.- ¿Cuáles son los fundamentos teóricos y metodológicos sobre los que es posible elaborar una estrategia didáctica para la resolución de problemas en el Cálculo Diferencial?

3.- ¿Cómo motivar al estudiante en la enseñanza del cálculo diferencial mediante la resolución de problemas?

4.- ¿Cuáles son las técnicas utilizadas en la resolución de problemas que se pueden aplicar en la asignatura de Cálculo Diferencial?

5.- ¿Cómo instrumentar dicha estrategia en la práctica docente?

VII.- Tareas de investigación.

1.- Analizar el comportamiento actual del tratamiento didáctico en la enseñanza del Cálculo Diferencial durante el proceso enseñanza-aprendizaje.

2.- Caracterizar el procedimiento metodológico en el proceso enseñanza aprendizaje tradicional que se da en la asignatura de Cálculo Diferencial

3.- Realizar un diagnóstico de la situación existente en la Escuela Académico Profesional de Ingeniería Civil, acerca del proceso de enseñanza aprendizaje en la resolución de problemas en la asignatura de Cálculo Diferencial.

4.- Analizar las tendencias actuales acerca de la resolución de problemas matemáticos aplicables al Cálculo Diferencial en una variable.

5.- Fundamentar teórica y metodológicamente la implementación de una estrategia didáctica para la resolución de problemas en el Cálculo Diferencial en una variable.

6.- Implementar una estrategia didáctica para la motivación en la resolución de problemas, basada en las estrategias y métodos heurísticos de las teorías de Pólya y Shoenfeld, en la asignatura de Cálculo Diferencial en una variable.

VIII.- La resolución de problemas como un proceso.

Estrategias heurísticas en cuatro fases (En base a G. Polya)	Recursos
Primero. Comprender el problema, viendo con claridad lo que se pide.	(Como principal recurso)
Segundo. Captar las relaciones para trazar un plan	
Tercero. Ejecutar el plan.	
Cuarto. Volver atrás para revisar y discutir la solución encontrada.	(heurísticas)

George Polya formuló los principios del Razonamiento Plausible que, en su concepto, es la única forma de razonamiento que utilizamos en la vida cotidiana. El conocimiento matemático se certifica mediante las demostraciones, pero para aprender algo nuevo y para resolver problemas necesitamos el Razonamiento Plausible. Se trata de intuir, de formular conjeturas, de ensayar. Hay que intuir un teorema matemático antes de probarlo, hay combinar observaciones, seguir analogías y probar una y otra vez.

Alan Schoenfeld, propone un marco de referencia en el cual las estrategias heurísticas son sólo uno de los componentes. Las complementa con los siguientes factores: El conocimiento de base, los aspectos meta cognitivos o de control, los aspectos afectivos y la comunidad de práctica. En su concepto no es suficiente con que el alumno conozca estrategias, es tal vez más importante que participe en experiencias relacionadas con el cuándo y cómo utilizarlas.

IX.- Estructura de la resolución de problemas

A continuación, se detallan las cuatro fases de la propuesta de George Polya (1945):

a.- Fase de comprensión del problema:

Que abarca las siguientes etapas:

-Leer (cuantas veces sea necesario) el texto del problema.

-Separar lo que se da de lo que se busca.

-Elaborar un bosquejo o diagrama del problema.

b.-Fase de concepción de un plan:

Esta es la fase que representa en sí el proceso de abstracción por el alumno, y en cuyo transitar se distinguen tres etapas fundamentales:

-Analizar: ¿Cuáles son las variables en juego?, ¿Están completas?, ¿Están explícitas?, ¿Están implícitas?

-Sintetizar: Reproducir el contenido del problema con mis propios símbolos y lenguajes.

-Generalizar: Establecer una relación entre lo que se da y lo que se pide. Este proceso de abstracción conviene complementarlo estableciendo ciertos interrogantes del tipo:

• ¿Se recuerda algún problema semejante?

• ¿Se recuerda algún problema semejante, pero planteado en forma distinta?

• ¿Podría plantear el problema en forma distinta?

c.-Fase de ejecución del plan:

Esta es la fase que probablemente requiere menor esfuerzo mental pues se refiere a la ejecución estrictamente algorítmica del problema; sin embargo, es importantísimo, pues es aquí en donde salen a relucir una cantidad enorme de deficiencias de procedimientos en los alumnos.

d.-Fase de comprobación e interpretación:

Que consiste en verificar de una forma fehaciente tanto el resultado del problema como su razonamiento, algo que los alumnos no están acostumbrados a realizar. Por otro lado, se puede afirmar, que aún y cuando el alumno llega a la respuesta correcta, muchas veces esta no tiene significado alguno, por lo que se hace necesaria esta etapa que puede considerarse como la etapa final en el esquema sugerido por

George Polya. En una gran mayoría de casos, esta fase puede ser desarrollada por los alumnos mediante la aplicación de los métodos gráficos, que consiste en la elaboración y construcción del lenguaje gráfico de los problemas.

X.- El corte didáctico.

El corte didáctico de la propuesta está diseñado en base a requerimientos y necesidades de los alumnos previamente detectados, tratando de poner en juego la creatividad y capacidad del maestro, motivando al alumno a trabajar, pero al mismo tiempo explorándolo y observándolo en su comportamiento y actitud. Además de considerar los test y cuestionarios correspondientes a cada tema en el desarrollo del curso, se debe considerar:

•Inducir al alumno a situaciones que despiertan su curiosidad para introducirlos en un determinado contenido.

•Diseñar tareas que permitan al maestro diagnosticar el despliegue de habilidades y recursos de los alumnos.

•Diseñar tareas que permitan al maestro observar el comportamiento de los alumnos en su transitar por las diversas etapas del pensamiento (análisis, síntesis, generalización).

•Diseñar tareas que en forma dosificada y gradual sean resueltas por los alumnos con la guía y supervisión del maestro.

•Diseñar tareas que en forma dosificada y gradual sean resueltas por los alumnos en forma independiente (tanto individual como en equipo).

•Diseñar estrategias que motiven la participación activa de los alumnos.

XI.- El corte vertical

El corte vertical se utiliza para obtener información de los programas sobre las condiciones previas que posean los alumnos (en las cuales puede apoyarse el profesor) y sobre las premisas fundamentales que se deben crear en una unidad, para de este modo contribuir al logro de los objetivos de las unidades siguientes.

XII.- <u>Diseño del Curso-Taller</u>

El diseño del curso-taller, planeado en forma clara y racional, ayudará al maestro a conseguir los objetivos del mismo, por esta razón, el corte didáctico vertical de la propuesta se establece en término de estos (los objetivos); además de contenidos, calendario académico y características de los estudiantes. En cuanto a objetivos, tendremos que los principios deben ser:

a) Objetivos generales:

Mediante este curso-taller se pretende que el alumno utilice los conocimientos adquiridos en las disciplinas de cálculo diferencial, para aplicarlos en la resolución de problemas prácticos relacionados con hechos de la vida cotidiana.

b) Objetivos terminales:

Al término del curso-taller, además de poder resolver este tipo de problemas, el alumno deberá ser capaz de:

•Desarrollar su propia heurística en la resolución de problemas traspolándola hacia la resolución de otros tipos, relacionados con las distintas disciplinas de su especialidad.

•Desarrollar el trabajo independiente (individual y en equipo).

•Desarrollar estrategias que propicien su propio aprendizaje.

c) Objetivos particulares:

<u>C.1 Aplicaciones a la geometría:</u>

Durante el desarrollo de esta unidad el maestro inducirá a los alumnos a un proceso de reflexión para comprobar su comprensión y aprendizaje de conceptos fundamentales de la geometría elemental y analítica, para posteriormente aplicarlos en problemas cuya resolución involucre estos conceptos. Para el logro de este objetivo se requiere que el alumno domine los siguientes contenidos:

• Semejanza de triángulos.

• Áreas y volúmenes.

• El teorema de Pitágoras.

• Las secciones cónicas.

CURSOS-TALLER

PANORÁMICA DEL SABER Y EL PODER

La panorámica del saber y el poder se utiliza para obtener información de los programas sobre los conocimientos esenciales que deben dominar los alumnos en una unidad de enseñanza o unidad temática, así como sobre los hábitos, habilidades y capacidades fundamentales de la misma. Para realizar la panorámica del saber y el poder es necesario:

a) Precisar en qué unidades se hará la panorámica.

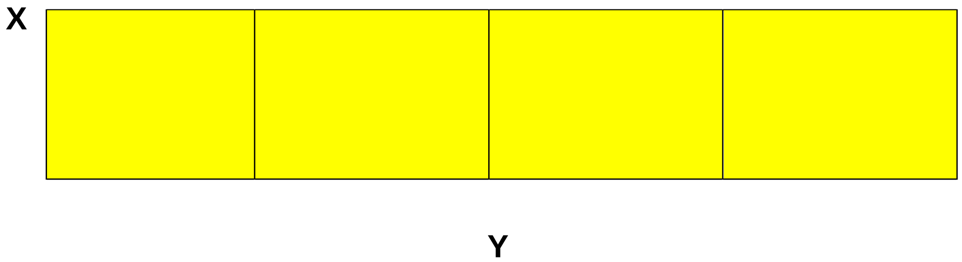
b) Determinar qué nuevos conocimientos adquieren los alumnos en la unidad, y si estos se refieren a conceptos, proposiciones o procedimientos. Puesto que en este caso el curso-taller no tiene como objetivo la adquisición de nuevos conocimientos como conceptos y proposiciones, sino más bien como procedimientos, la panorámica del saber y el poder se pueden resumir estableciendo una única conexión entre el desarrollo de habilidades de dichos procedimientos y sus correspondientes aplicaciones a cada uno de los temas abarcados por el curso:

EL SABER	EL PODER
•Modelar, analizar, sintetizar, generalizar, algoritmizar, comprobar e interpretar durante el proceso en la resolución de problemas.	• Desarrollar su propia heurística en el modelaje y resolución de un determinado tipo de problemas, aplicando además procedimientos algorítmicos que estén relacionados con el lenguaje matemático en general.

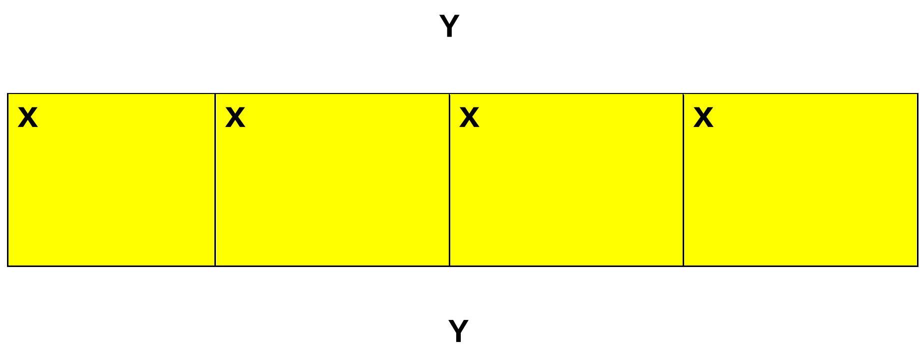
APLICACIONES DEL CALCULO DIFERENCIAL

Un campesino cuenta con 750 ft. (de longitud) de malla cíclica y desea cercar una superficie rectangular para después sub-dividirla en 4 corrales con cercado paralelo a los lados menores del rectángulo. ¿Cuál es el área máxima posible de cada uno de los 4 corrales?

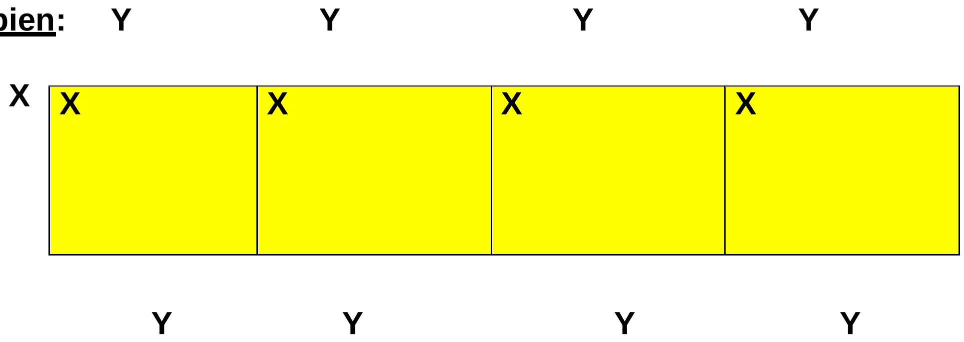
a.- El proceso de modelación permitirá al alumno bosquejar el problema mediante un diagrama, estableciendo al mismo tiempo las posibles **variables involucradas:**



b.- El proceso de analizar permitirá al alumno interpretar el bosquejo y las variables involucradas de distintas formas, por ejemplo:



O bien:



C) El proceso de sintetizar le va a permitir al alumno interpretar por distintas vías (dependiendo del modelo) el contexto del problema utilizando el lenguaje matemático:

área = xy y $5x + 2y = 750$ (perímetro)

o bien: área = $x(4y)$ y $5x + 8y$ « 750

D) El proceso de generalizar le va a permitir al alumno relacionar lo que se pide y lo que se da en el problema, independientemente del modelo elegido, así:

$2y \sim 750 - 5x$ de donde: $y = \frac{750 - 5x}{2}$

o bien: $8y = 750 - 5x$ de donde: $y = \frac{750 - 5x}{8}$

E) El proceso algorítmico le permitirá al alumno llegar a la respuesta buscada, que en este caso representa una de las principales aplicaciones del cálculo diferencial: los máximos y mínimos.

F) El proceso de comprobación le permitirá al alumno tener la plena certeza que el resultado obtenido se cumple cabalmente para las condiciones del problema.

G) El proceso de interpretación le permitirá al alumno descubrir la utilidad para resolver problemas de una herramienta tan versátil proporcionada por el cálculo diferencial.

Metodología de la propuesta de (shoenfeld)

A continuación, se detallan los conceptos elementales de la metodología de la propuesta didáctica, partiendo fundamentalmente de las actividades del alumno y las estrategias del maestro, tomando como base el corte didáctico y el sistema de tareas anteriormente expuestos.

Cabe aclarar, por un lado, que la metodología puede variar de acuerdo a las características del grupo, y por otro, las estrategias del maestro deben ser de su propia iniciativa.

1) Se formarán equipos de mínimo 3 y máximo 5 alumnos para el desarrollo y aplicación de los talleres.

2) En cada sesión, el maestro hará una breve explicación del tema a tratar, para posteriormente resolver un problema ejemplo en forma general y en conjunto con los alumnos.

3) En seguida se plantea el problema correspondiente para su resolución por equipos en forma independiente.

4) Aunque lo recomendable es no establecer un tiempo límite a los alumnos, en este caso por las exigencias de horario se establece u n tiempo razonable de acuerdo al grado de dificultad del problema.

5) Al finalizar el taller, uno de los equipos que haya resuelto correctamente el problema pasará al frente para explicar a la clase el procedimiento utilizado. Esta exposición se podrá efectuar en forma individual o colectiva: Finalidad es evaluar el:

a.- **Dominio del conocimiento:** Incluye definiciones, hechos y procedimientos utilizados en el dominio matemático. Para fundamentar teóricamente, es necesario que el estudiante deba poseer conocimientos de todos los temas anteriores como actuales.

b.- **Las estrategias cognoscitivas utilizadas:** Incluyen métodos heurísticos tales como la descomposición de un problema en simples casos, establecer metas relacionadas, invertir el problema y dibujar diagramas. Este tipo de estrategias tienen como función principal ayudar a alcanzar la meta de cualquier empresa cognitiva en la que se esté ocupado.

c.**- Sistemas de creencias:** Incluye las ideas que tienen los estudiantes acerca de las matemáticas y como resolver problemas. Sus miedos, sus temores, sus creencias de no poder resolver solos los problemas o que sólo las personas inteligentes pueden resolver problemas.

6) Antes de finalizar la clase, se establecerá un tiempo razonable para una sesión de preguntas y respuestas entre maestro-alumnos.

7) Sólo que el problema no fuese resuelto por ninguno de los equipos, el maestro podrá resolverlo procurando identificar los puntos clave en los cuales radica la mayor dificultad para su resolución.

8) Se recomienda no asignar tareas de resolución de problemas extra-clase, puesto que, en sí, el curso-taller representa la oportunidad para trabajar por parte del alumno, y la de explorar el comportamiento de estos, por parte del maestro.

9) El proyecto para exposición frente a grupo por equipos, consiste en la investigación de un tema específico relacionado básicamente con el desarrollo histórico de las matemáticas, sus principales personajes y aportaciones que de algún modo estén relacionados con el tema a tratar durante el desarrollo de la clase.

Se les sugiere a los alumnos que la investigación del tema podrán efectuarla en sus libros de texto, en la biblioteca de la facultad, o vía internet tratando de resumir y sintetizar lo más posible en lo referente a fechas, países, personajes, significados y aplicaciones en la época actual, y que la exposición podrán llevarla a cabo utilizando pizarrón, rotafolios, proyector de acetatos o infocus.

EVALUACIÓN DEL CURSO-TALLER

Partiendo de la base de que no es lo mismo "calificar" que "evaluar", sería necesario llevar a cabo todo un análisis profundo y completo para llegar a conclusiones que favorezcan no solo la evaluación del curso-taller en particular, sino de todo el conjunto de asignaturas que conforman un determinado programa de estudios, por lo que nos hemos enfocado solamente a puntualizar algunos de los conceptos elementales del tema, dirigidos a nuestro caso específico.

La evaluación debe servir al maestro para conocer y valorar los procesos y resultados del aprendizaje de los alumnos con dos objetivos fundamentales: proporcionarles retroalimentación oportuna y acreditar formalmente sus estudios. Como parte importante de la labor del maestro, el diseño y planeación de un curso se complementan cuando se crea un sistema de evaluación del aprendizaje que sea congruente con el enfoque del mismo ajustándolos a los reglamentos establecidos en la institución o sistema educativo.

El sistema de evaluación de un curso cualquiera deberá especificar 4 componentes elementales:

1) Qué y cuándo se va a evaluar

2) Qué instrumentos se emplearán

3) Qué criterios se considerarán

4) En qué forma se integrará la calificación

En el caso de nuestro curso-taller, tratamos de ajustamos lo más posible a estos 4 elementos, cuidando no perder de vista tanto los objetivos trazados como el diseño propuesto. En estas condiciones podemos establecer los siguientes parámetros:

1) Aspectos a evaluar en los alumnos: el desarrollo de habilidades (matemáticas y de resolución de problemas); el desarrollo de capacidades (de trabajo individual, en equipo, independiente y colectivo, así como de investigación, participación y disciplina). Aspectos a evaluar en el maestro: el diseño y planeación del curso; su actuación como guía y facilitador.

2) La observación por parte del maestro se convierte en el principal instrumento para evaluar la actuación del alumno, así como otros complementarios que pueden ser: los proyectos asignados y los problemas propuestos.

3) Los test aplicados por el maestro para explorar y diagnosticar las condiciones previas con que los alumnos llegan al curso-taller, deberán marcar la pauta para guiarlo hacia los objetivos trazados.

4) La integración de la calificación final, deberá incluir los 3 preceptos anteriores, tratando de establecer una ponderación justa y equilibrada.

Asistencia a clase:	**40%**
Desarrollo del proyecto asignado:	**20%**
Trabajo en equipo:	**10%**
Trabajo individual:	**10%**
Participación individual:	**10%**
Resultado de los talleres:	**10%**
	100%

CONCLUSIONES

1.- Los estudiantes del II ciclo de la escuela profesional de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional San Martin, resolvían problemas de cálculo diferencial de manera empírica sin aplicar un razonamiento adecuado ni emplear métodos y teorías inmersos en una organización o estructura lógica.

2.- El razonamiento apropiado sirvió para intuir un teorema matemático antes de probarlo, así como formular conjeturas, ensayar, combinar observaciones, seguir analogías y demostrarlo una y otra vez.

3.- La metodología de George Polya y la teoría de Shöenfeld no solo permiten implementar estrategias didácticas mediante los talleres grupales, si no desarrollar y mejorar conocimientos en el aprendizaje del Cálculo diferencial e Integral.

4.- El proceso metodológico del cálculo diferencial contribuye a que el estudiante interprete, sintetice y generalice variables involucradas para llegar a respuestas buscadas a través del juicio algorítmico y comprobar así el proceso matemático.

RECOMENDACIONES

1.- Los docentes sumergidos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura de matemáticas deben desarrollar unidades temáticas planteadas en el curso-taller, y delinearlas con estrategias para que los discentes puedan resolver adecuadamente problemas en cálculo diferencial.

2.- Como la metodología y estrategias para el desarrollo de habilidades en la resolución de problemas en cálculo diferencial que están basados en George Polya y Shöenfeld, pueden servir de referente al profesor del área de matemática para la realización de establecer métodos apropiados en la enseñanza de la mencionado asignatura que busquen, mayor precisión, y ponderación en los siguientes factores: a) Incentivar la participación y el rendimiento individual del estudiante; y b) Ser más objetivos en la evaluación del trabajo colectivo e individual.

BIBLIOGRAFÍA

ABARCA, Nancy; (2009); **"**La enseñanza del cálculo diferencial mediante la resolución de problemas: Una propuesta motivadora"; Tecno-ciencia Universitaria, Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología; Instituto de Investigaciones Tecnológicas; Bolivia;

ALONSO, F. y otros, (1987); Aportaciones al debate sobre las matemáticas en los 90, Simposio de Valencia

ÁLVAREZ DE ZAYAS; SIERRA, L. Virginia. (1994); La Investigación Científica en la Sociedad del Conocimiento. Cuba.

ARANGO, G. Clara. (1992) Metodología de la Enseñanza Matemática. Cuba.

BOYER, C.B., A; (1968); Historia de la matemática; J. Wiley, New York, (Traducido al castellano en Alianza Editorial, Madrid)

BRITO-VALLINA, María Lucía; alemán-Romero, Isidro; y Otros; (2011); Papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros Ingeniería Mecánica vol.14 no.2 La Habana.

COTILLO HERNANDEZ, **Enrique Manuel; (**2003); Los métodos de enseñanza problémica como estrategia para el taller integrador de la F. I. M. E.; para obtener el grado de maestría en la enseñanza de las ciencias en la especialidad de matemáticas; Ciudad Universitaria San Nicolás de los Garza; Universidad Autónoma de Nuevo León; México.

COXETER, H.S.M. (1961); Introducción a la geometría; J. Wiley, New York,

DAVIS, P. J. y HERSH, R. (1988); Experiencia matemática; MEC-Labor, Madrid-Barcelona.

FERRER V. Maribel; REBOLLAR, M. Alfredo. (1995); Cómo dirigir el Proceso de Formación de Habilidades Matemáticas. Cuba.

- (1994), Enseñanza de la matemática. Revista Iberoamericana de Educación, n.º 28, Madrid.

- (1996): “El rincón de la pizarra. Ensayos de Visualización en Análisis Matemático, en: Elementos básicos del análisis, Madrid: Pirámide.

GUZMÁN, Miguel de (1989): Tendencias actuales de la enseñanza de la matemática. Estudio pedagógico, en: Revista de Ciencias de la Educación, N.º 21, pp. 19-26.

- (1986); Aventuras Matemáticas, Labor, Barcelona

- (1987); Enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas. Esquema de un curso inicial de preparación, Aspectos didácticos de matemática. Publicaciones del Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Zaragoza, pp 52-75.

- (1984); Juegos matemáticos en la enseñanza, Actas de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas, IV JAEM, Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas "Isaac Newton"

- (1985); Enfoque heurístico de la enseñanza de la matemática, Aspectos didácticos de matemáticas, Publicaciones del Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Zaragoza, pp 31-46.

HERNÁNDEZ FERNÁNDEZ, Herminia; DELGADO RUBÍ, Juan R., y FERNÁNDEZ DE ALAÍZA, Bertha (1998): Cuestiones de didáctica de la Matemática. Conceptos y Procedimientos en la Educación Polimodal y Superior. Argentina: Homo Sapiens Ediciones

IRAZOQUI BECERRA; Elías; (2015); El aprendizaje del cálculo diferencial: Una propuesta basada en la modularización. Tesis doctoral, Facultad de educación, departamento de didáctica, organización escolar, didácticas especiales, Facultad de educación, Bogotá

LOIS, Alejandro y MILEVICICH, Liliana ; (2008); La enseñanza y aprendizaje del Cálculo Diferencial desde la perspectiva del nuevo paradigma de la sociedad del conocimiento, Universidad Tecnológica Nacional, Argentina.

MAIZTEGUI, Alberto y otros: (2002): Papel de la tecnología en la educación científica: una dimensión olvidada, en: Revista Iberoamericana de Educación, n.º 28, Madrid,

NOVACK, Joseph; (1988)**;** Enseñanza de las Ciencias para Entendimiento. Con J. J. Mintzes y Wandersee. San Diego, CA: Academic Press.

- (1984). Aprender a aprender. Con D.B. Gowin. Cambridge: Cambridge University Press.

- (1996). Aprendizaje Significativo Técnicas Aplicaciones. Con Fermín M. González. Serie: Educación y Futuro # 18. Madrid: Ediciones Pedagógicas

ORTIZ RODRÍGUEZ, Francisca. (2001); Matemática, Estrategias de Enseñanza-Aprendizaje. México.

PEDRO, Francesc, y BENAVIDES, Francisco: (s/a) Políticas educativas sobre nuevas tecnologías en los países iberoamericanos”,

RODRÍGUEZ CAMPOS, Ismael. (1997) Técnicas de la Investigación Documental. México.

RAMÓN BLANCO, S. (1997). La educación matemática. Publicaciones del Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Zaragoza

RAZO M. Jesús. (1997); Propuesta de un Conjunto de Habilidades. Cuba.

RIZO CABRERA, Celia; NAREDO, C. Richard; 1989; Matemáticas, Orientaciones Metodológicas. Cuba.

,

ROJAS SALINAS, Patricia; (2011); Aprendizaje basado en problemas (ABP) Propuestas innovadoras para la enseñanza del cálculo diferencial; Universidad Tecnológica de Chile, INACAP.

SANTALÓ, L. A. (1981); Enseñanza de la matemática en la escuela media (Docencia, Buenos Aires)

- (1975); La educación matemática, hoy (Teide, Barcelona)

VALVERDE BERROCOSO, J., y GARRIDO ARROYO, M. (1999): "El impacto de las tecnologías de la información y la comunicación en los roles docentes universitarios", en: Revista Electrónica Interuniversitaria

LINKOGRAFÍA

http://www.rieoei.org/numeros_proximos.htm

http://www.rieoei.org/rie28a05.htm

http://www.rieoei.org/rie28a05.htm

http://www3.uva.es/aufop/publica/actas/ix/50-valverde.pdf

ANEXOS

ANEXO 01

UNIVERSIDAD NACIONAL "PEDRO RUIZ GALLO"

FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICO-SOCIALES Y EDUCACIÓN

UNIDAD DE POSGRADO

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL, UNIVERSIDAD NACIONAL SAN MARTIN

ENCUESTA A ESTUDIANTES

Objetivo: La presente encuesta tiene por finalidad recopilar las opiniones de los estudiantes del II ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional San Martín sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje del curso de Cálculo Diferencial, trabajo que se realiza en el marco de la investigación de maestría efectuado por el autor.

Instrucciones: Tenga la amabilidad de responder sinceramente a las preguntas señaladas marcando con un aspa (X)

LOS ESTUDIANTES Y SU NIVEL DE COMPRENSIÓN SOBRE PROBLEMAS EN CÁLCULO DIFERENCIAL

<table>
<tr><td rowspan="2">Problema</td><td rowspan="2">Sí</td><td rowspan="2">No</td><td colspan="2">Comprende parcialmente</td><td></td></tr>
<tr><td>Comprende el problema, pero no entiende los conceptos, ni identifica las operaciones ni las derivadas de estas.</td><td>Comprende la pregunta y los conceptos, pero no identifica las operaciones ni las derivadas de estas.</td><td>TOTAL</td></tr>
<tr><td></td><td>N° %</td><td>N° %</td><td>N° %</td><td>N° %</td><td>N° %</td></tr>
</table>

Utiliza los conocimientos adquiridos de cálculo diferencial obtenidos en su formación secundaria para aplicarlos en la resolución de problemas prácticos.					
Analiza y comprende los conceptos fundamentales del cálculo diferencial					
Analiza y comprende las áreas y volúmenes					
Analiza y entiende la semejanza de triángulos					
Analiza y comprende las secciones cónicas					
Comprende las funciones y desarrolla las gráficas del cálculo diferencial.					
Entiende y aplica las reglas de derivación como razón de cambio.					

PROBLEMA	SIEMPRE	A VECES	NUNCA	TOTAL
1.Busco información actualizada sobre matemáticas y nuevos planteamientos metodológicos para formarme en los distintos aspectos y su aplicación en el aula.				
2.Preparo previamente mi intervención teniendo en cuenta mis conocimientos previos,capacidades, para resolver un problema matemático				
3.Formulo los objetivos específicos que persigo frente a un problema de cálculo diferencia				
4. Me siento motivado en mis clases de matemáticas en particular en las de cálculo diferencial.				
5.Relaciono los problemas de cálculo integral con problemas de la vida cotidiana				
6.Relaciono el cálculo diferencial con problemas de la vida cotidiana				
7.Planifico la utilización de los espacios y materiales para el trabajo de matemáticas en el aula.				

ANEXO N°2

UNIVERSIDAD NACIONAL "PEDRO RUIZ GALLO"

FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICO-SOCIALES Y EDUCACIÓN
UNIDAD DE POSGRADO

Asignatura: Calculo Diferencial - 2 do Ciclo

Prueba de entrada (Examen de Conocimientos.)

A continuación, se presenta una serie de ejercicios y problemas, antes de resolver debe tener en cuenta lo siguiente:

Lea cuidadosamente cada ejercicio y problema, observando la explicitud de la redacción.

- ➢ Desarrolle de manera entendible su proceso.
- ➢ Conteste específicamente la pregunta solicitada.
- ➢ Revise lo desarrollado antes de proceder a entregar el examen.

1. Si la función Utilidad de cierto producto fabricado por la empresa XYZ está expresada de la siguiente manera:

   f(x) = √x2 + 3x − 4

   A su criterio ¿Cuál es el intervalo de existencia de la función utilidad? y determine el gráfico correspondiente. Señale el crecimiento de la función.

2. La función costo e ingreso de un artículo de impresión están representados por las siguientes funciones: f(x)= 2x2 −3x+6 y f(x) = x2+ 7x – 15; x es la cantidad dada en cientos de unidades. ¿Cuál es la cantidad máxima de artículos que se tiene que fabricar y vender para que exista ganancia?

3. Realice la gráfica detallada de la función Ingreso: f(x) = Ln [x −2]

4. Calcule el Límite de las siguientes funciones:

a) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2+x-2}{x^2-2x+1}$

b) b) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^4-2x^3+x-2}{x^3+4x^2-11x-2}$

ANEXO 03

UNIVERSIDAD NACIONAL "PEDRO RUIZ GALLO"

FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICO-SOCIALES Y EDUCACIÓN
UNIDAD DE POSGRADO

USO DEL SISTEMA POLYA EN LA RESOLUCION DE PROBLEMAS

<table>
<tr><td colspan="3">UNIDAD_________</td></tr>
<tr><td colspan="3">CAPACIDAD:</td></tr>
<tr><td colspan="3">FICHA N°_____________:</td></tr>
<tr><td colspan="3">PROBLEMA:</td></tr>
<tr><td>ACCIÓN</td><td>PASOS</td><td>POSIBLES PREGUNTAS QUE AYUDAN</td></tr>
<tr><td>Identifica</td><td>Entender el problema</td><td>➢ ¿Cuál es la incógnita?
➢ ¿Cuáles son los datos?
➢ ¿Cuál es la condición?
➢ ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita?
➢ ¿Es suficiente?
➢ ¿Es redundante?
➢ ¿Es contradictoria?</td></tr>
<tr><td>Relaciona</td><td>Configurar un plan</td><td>➢ Resolver un problema similar más simple.
➢ Enunciar el problema de forma diferente.
➢ Usar un razonamiento directo o indirecto.
➢ Hacer una figura, diagrama o esquema.
➢ Usar un modelo o método.
➢ Identificar metas.</td></tr>
<tr><td>Resuelve</td><td>Ejecutar el plan</td><td>➢ Puedes ver claramente el paso correcto.
➢ Puedes demostrarlo.</td></tr>
</table>

Reflexiona	Examinar la solución	➢ Puedes verificar el resultado ➢ Puedes verificar el razonamiento ➢ Es tu solución la correcta ➢ Tu solución satisface lo establecido en el problema ➢ Puedes obtener el resultado de forma diferente ➢ Puedes verlo de manera rápida.

ANEXO N°4

UNIVERSIDAD NACIONAL "PEDRO RUIZ GALLO"

FACULTAD DE CIENCIAS HISTÓRICO-SOCIALES Y EDUCACIÓN

UNIDAD DE POSGRADO

Asignatura: **CÁLCULO DIFERENCIAL** (2 do Ciclo)

Prueba Final (Examen de conocimientos)

A continuación, se presenta un problema, resolver utilizando la metodología de George Pólya y la teoría de Shöenfeld. Antes de resolver debe tener en cuenta lo siguiente:

- ➢ Lea cuidadosamente cada ejercicio y problema, observando la explicitud de la redacción.
- ➢ Conteste específicamente la pregunta solicitada.
- ➢ Revise lo desarrollado antes de proceder a entregar el examen.

DERIVADA DE UNA FUNCÍON

CAPACIDAD: Aplica el concepto de limite y la noción geométrica para calcular la derivada de una función.

CONTENIDO DE LA CAPACIDAD: Aplica acertadamente el concepto de límite para calcular la derivada utilizando la definición.

FICHA N°2:

Resolver el siguiente problema utilizando la metodología de **G. POLYA**

Se les pide a los ESTUDIANTES DEL II CICLO DE LA ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA CIVIL, UNIVERSIDAD NACIONAL SAN MARTÍN, 2017" hallar la ecuación general de la recta tangente y de la recta normal a la parábola: $y=4x^2-5x+6$ en el punto P (1,5). utilizando la definición de derivada

ACCIÓN	PASOS	DESARROLLO
IDENTIFICA	Entiendo el ejercicio	a) Identifica la (s) incógnita (s). ¿Cuál es la/las incógnitas del problema? b) Identifica los datos. ¿Cuáles son los datos del problema? c) Identifica las condiciones(verbos) ¿Cuáles son/las condiciones del problema?

RELACIONA	Concibo un plan	Relaciona la condición con la incógnita 1) Redacta cómo vas a resolver el problema 2) ¿Qué operación matemática vas hacer?
RESUELVE	Ejecuto el plan	Operaciones: La ecuación de la recta tangente es: La ecuación de la recta normal es:

REFLEXIONA	Examino la solución	Revisamos la solución obtenida: Indica cómo verificar el resultado ¿Puedes emplear este método en la solución de otro problema? RESPUESTA

CLASE-TALLER

Unidad temática: Introducción a la resolución de problemas matemáticos

Objetivo general: Que el estudiante del segundo ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería Civil integre los conocimientos previos y los nuevos de las Matemáticas en la aplicación de la solución de problemas prácticos de la ingeniería y de la vida diaria; así como que desarrolle la habilidad de razonamiento lógico matemático y adquiera la capacidad de analizar, planear y resolver cualquier problema.

Objetivos particulares:

a.- Desarrollo de habilidades de razonamiento.

b.- La resolución de problemas matemáticos vinculados con la ingeniería civil y la vida cotidiana.

Materiales:

Acetatos, proyector de acetatos, rotafolio, salón exclusivo, instructivo, software de matemáticas, calculadora TI-92.

Evaluación:

Asistencia al taller 50%

Trabajo en equipo 20%

Participación individual 20%

Problema resuelto correctamente 10%

Nota de la clase-taller: 100%

Unidad temática: Aplicaciones de cálculo diferencial

Objetivo general: Que el estudiante del segundo ciclo de la Escuela profesional de Ingeniería civil integre los conocimientos previos y los nuevos de la Matemáticas en la aplicación del cálculo diferencial e integral; así como que desarrolle las capacidades de analizar, planear y resolver cualquier problema.

Objetivos particulares:

a.- Desarrollo de habilidades de análisis, razonamiento, integración en la resolución de problemas en cálculo diferencial

Materiales:

Acetatos, proyector de acetatos, rotafolio, salón exclusivo, instructivo, software de matemáticas, calculadora TI-92.

Evaluación:

Asistencia al taller 50%

Trabajo en equipo 20%

Participación individual 20%

Problema resuelto correctamente 10%

Nota de la clase-taller: 100 %

Unidad Tema: APLICACIONES AL CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL		Tiempo estimado: 7 Sesiones
SESIÓN	**RECURSOS**	**DESARROLLO Y CONTENIDO TEMÁTICO**
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		

UNIVERSIDAD NACIONAL "PEDRO RUIZ GALLO"

ESCUELA DE POS GRADO MAESTRÍA EN

CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

EXAMEN DE MATEMÁTICAS

Nombre del Alumno: ………………………………………………….

Instrucciones.- Contesta brevemente las siguientes preguntas:

1.- El conjunto de números que sirven para contar se conoce como:

Rpta. ……………………………………………………………….

2.- El conjunto de números formados por el cero y los números naturales se conoce como:

Rpta. ………………………………………………………………..

3.- Una recta cuyos puntos han sido asociados con números recibe el nombre

Rpta.………………………………………………………………….

4.- Un conjunto de puntos asociados con los elementos de un conjunto de números forman:

Rpta…………………………………………………………………………

5.- Un número que contiene un solo divisor, se le llama:

Rpta……………………………………………………………………......

6.- Un número que contiene dos divisores, se le denomina:

Rpta………………………………………………………………………….

7.- Un número que contiene dos o más divisores, se le llama:

Rpta………………………………………………………………………….

8.- En notación científica 0.0004 se escribe:

Rpta………………………………………………………………………….

9.- En notación científica 0.000075 se anota:

Rpta………………………………………………………………………….

10.- En notación científica 45,000,000 se escribe:

Rpta……………………………………………………………………..